高级宏观经济学笔记

(v1.0)

徐　高[1]

2003 年 11 月

1 Xu_gao2000@yahoo.com.cn

第一部分 经济增长

1．Solow 增长模型

$$Y(t)=F\left(K(t),A(t)L(t)\right) \tag{1.1}$$

此式可写为：$y=f(k)$ [2]

$$\dot{L}(t)=nL(t)\ ,\ \dot{A}(t)=gA(t)\ ,\ \dot{K}(t)=sY(t)-\delta K(t) \tag{1.2}$$

则 $$\dot{k}(t)=sf\left(k(t)\right)-\left(n+g+\delta\right)k(t) \tag{1.3}$$

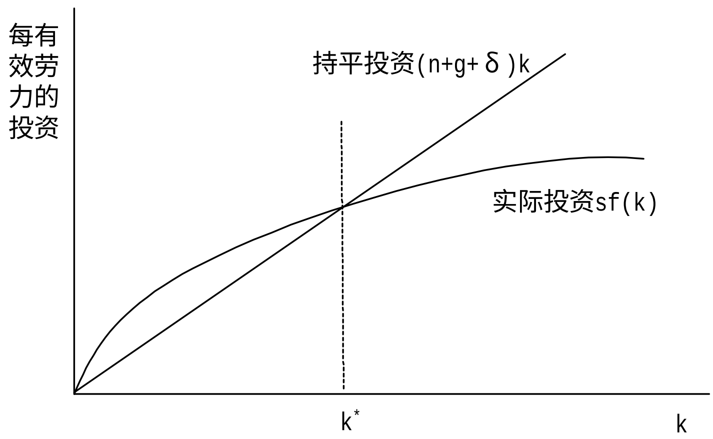

图 1.1 Solow 增长模型

黄金率：

$$c^{*}=f(k^{*})-\left(n+g+\delta\right)k^{*} \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial c^{*}}{\partial s}=\left[f'\left(k^{*}(s,n,g,\delta)\right)-\left(n+g+\delta\right)\right]\frac{\partial k^{*}(s,n,g,\delta)}{\partial s}$$

黄金水平的资本存量 k_{GR}^{*} 应使 $f'\left(k_{GR}^{*}(s,n,g,\delta)\right)=n+g+\delta$ **(1.5)**

数量分析之长期的影响：

$$sf\left(k^{*}(s,n,g,\delta)\right)=\left(n+g+\delta\right)k^{*}(s,n,g,\delta)$$

$$\Rightarrow\ sf'(k^{*})\frac{\partial k^{*}}{\partial s}+f(k^{*})=\left(n+g+\delta\right)\frac{\partial k^{*}}{\partial s}$$

---

[2] 其中：$k=K/AL$ ，$y=Y/AL$ ，$f(k)=F\left(K,1\right)$。$f(k)$ 满足稻田（Inada）条件：$\lim_{k\to 0}f'(k)=\infty$ 及 $\lim_{k\to\infty}f'(k)=0$

$$\Rightarrow \frac{\partial k^*}{\partial s} = \frac{f(k^*)}{(n+g+\delta) - sf'(k^*)} \tag{1.6}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial y^*}{\partial s} = f'(k^*)\frac{\partial k^*}{\partial s} = \frac{f'(k^*)f(k^*)}{(n+g+\delta) - sf'(k^*)} \tag{1.7}$$

又 $\alpha_K(k^*) = k^* f'(k^*) / f(k^*)$ 为在 $k = k^*$ 时的资本产出弹性，

在 $k = k^*$ 时 $sf(k^*) = (n+g+\delta)k^*$

故 $$\frac{s}{y^*}\frac{\partial y^*}{\partial s} = \frac{s}{f(k^*)}\frac{f'(k^*)f(k^*)}{(n+g+\delta) - sf'(k^*)} = \frac{k^* f'(k^*)/f(k^*)}{1 - \left[k^* f'(k^*)/f(k^*)\right]} = \frac{\alpha_K(k^*)}{1-\alpha_K(k^*)} \tag{1.8}$$

数量分析之收敛速度：

资本存量的增长速度是资本存量的函数，写为 $\dot{k} = \dot{k}(k)$

将其在 k^* 处展开成一阶泰勒级数为 $$\dot{k} \approx \left[\frac{\partial \dot{k}(k)}{\partial k}\Big|_{k=k^*}\right](k-k^*) \tag{1.9}$$

令 $\lambda = -\frac{\partial \dot{k}(k)}{\partial k}\Big|_{k=k^*}$ 则 $$\dot{k}(t) = -\lambda\left[k(t) - k^*\right] \tag{1.10}$$

$$k(t) \approx k^* + e^{-\lambda t}\left[k(0) - k^*\right]$$

$$\lambda \equiv -\frac{\partial \dot{k}(k)}{\partial k}\Big|_{k=k^*} = -\left[sf'(k^*) - (n+g+\delta)\right] = (n+g+\delta) - \frac{(n+g+\delta)k^* f'(k^*)}{f(k^*)}$$

$$= \left[1 - \alpha_K(k^*)\right](n+g+\delta) \tag{1.11}$$

由上二式可以估算收敛的速度。

增长计量（Growth Accounting）：

$$\dot{Y}(t) = \frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)}\dot{K}(t) + \frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)}\dot{L}(t) + \frac{\partial Y(t)}{\partial A(t)}\dot{A}(t) \tag{1.12}$$

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{K(t)}{Y(t)}\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)}\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + \frac{L(t)}{Y(t)}\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)}\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} + \frac{A(t)}{Y(t)}\frac{\partial Y(t)}{\partial A(t)}\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}$$

$$\equiv \alpha_K(t)\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + \alpha_L(t)\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} + R(t) \tag{1.13}$$

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)}-\frac{\dot{L}(t)}{L(t)}=\alpha_K(t)\left[\frac{\dot{K}(t)}{K(t)}-\frac{\dot{L}(t)}{L(t)}\right]+R(t)$$ [3] **(1.14)**

运用上式可以将每人的增长分解为资本增长的贡献和 " Solow 剩余 "。

2．Ramsey-Cass-koopmans 模型

2.1 假设

厂商：有大量同样的厂商，每一厂商的生产函数均为 Y=F(K,AL)。生产函数的设定与 Solow 模型中相同。见式(2.2)(2.3)及注释 1，但资本折旧为零。

家庭：家庭的效用函数为 $U=\int_{t=0}^{\infty}e^{-\rho t}u(C(t))\frac{L(t)}{H}dt$ (2.1)

$$u(C(t))=\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}$$ [4]，$\theta>0$，$\rho-n-(1-\theta)g>0$ (2.2)

$C(t)$ 是每人的消费，$L(t)$ 是经济体中的总人口，H 是经济中的家庭数，ρ 为贴现率。

2.2 厂商与家庭的行为

厂商：真实利息率为 $r(t)=\frac{\partial F(K,AL)}{\partial K}=f'(k(t))$ (2.3)

真实工资率为 $W(t)=\frac{\partial F(K,AL)}{\partial L}=A(t)\left[f(k(t))-k(t)f'(k(t))\right]$ (2.4)

每有效劳力(effective labor)的工资为 $w(t)=\frac{W(t)}{A(t)}=f(k(t))-k(t)f'(k(t))$ (2.5)

家庭的预算约束：

$$\int_{t=0}^{\infty}e^{-R(t)}C(t)\frac{L(t)}{H}dt\le\frac{K(0)}{H}+\int_{t=0}^{\infty}e^{-R(t)}W(t)\frac{L(t)}{H}dt \tag{2.6}$$

其中 $R(t)=\int_{\tau=0}^{t}r(\tau)d\tau$

在时刻 s 家庭的资本拥有量为

$$\frac{K(s)}{H}=e^{R(s)}\frac{K(0)}{H}+\int_{t=0}^{\infty}e^{R(s)-R(t)}\left[W(t)-C(t)\right]\frac{L(t)}{H}dt \tag{2.7}$$

则家庭的预算约束又可写为

$$\lim_{s\to\infty}e^{-R(s)}\frac{K(s)}{H}\ge 0 \tag{2.8}$$

家庭的效用最大化：

---

[3] 这里的推导用到了 $\alpha_L(t)+\alpha_K(t)=1$

[4] 这种效用函数被称为 Constant-relative-risk-aversion（或 CRRA）效用函数

设 $c(t)$ 为每有效劳力的消费，则每人的消费 $C(t)=A(t)c(t)$，则

$$\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}=\frac{\left[A(t)c(t)\right]^{1-\theta}}{1-\theta}=\frac{\left[A(0)e^{gt}\right]^{1-\theta}c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}=A(0)^{1-\theta}e^{(1-\theta)gt}\frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \qquad (2.9)$$

将上式带入效用函数(2.1)得

$$U=\int_{t=0}^{\infty}e^{-\rho t}\frac{C(t)^{1-\theta}}{1-\theta}\frac{L(t)}{H}dt=A(0)^{1-\theta}\frac{L(0)}{H}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\rho t}e^{(1-\theta)gt}e^{nt}\frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}dt$$

$$=\int_{t=0}^{\infty}e^{-\beta t}\frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}dt \qquad (2.10)$$

其中 $B\equiv A(0)^{1-\theta}L(0)/H$， $\beta\equiv\rho-n-(1-\theta)g$

将(2.5)式除以 $A(0)L(0)/H$ 可得新的预算约束为

$$\int_{t=0}^{\infty}e^{-R(t)}c(t)e^{(n+g)t}dt\le k(0)+\int_{t=0}^{\infty}e^{-R(t)}w(t)e^{(n+g)t}dt \qquad (2.11)$$

家庭的行为：

家庭选择 $c(t)$ 的路径以最大化在(2.11)约束下的效用(2.10)。

建立 Lagrangian 函数如下求解最大化问题

$$\mathcal{L}=B\int_{t=0}^{\infty}e^{-\beta t}\frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}dt$$

$$+\lambda\left[k(0)+\int_{t=0}^{\infty}e^{-R(t)}w(t)e^{(n+g)t}dt-\int_{t=0}^{\infty}e^{-R(t)}c(t)e^{(n+g)t}dt\right] \qquad (2.12)$$

由一阶条件可得[5]

$$\frac{\partial L}{\partial c(t)}=0\Rightarrow Be^{-\beta t}c(t)^{-\theta}=\lambda e^{-R(t)}e^{(n+g)t} \qquad (2.13)$$

对上式(2.13)取对数得

$$\ln B-\beta t-\theta\ln c(t)=\ln\lambda-R(t)+(n+g)t=\ln\lambda-\int_{\tau=0}^{t}r(\tau)d\tau+(n+g)t \qquad (2.14)$$

将上式(2.14)左右两边对 t 求导得

$$-\beta-\theta\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=-r(t)+(n+g) \qquad (2.15)$$

即 $$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=\frac{r(t)-n-g-\beta}{\theta}=\frac{r(t)-\rho-\theta g}{\theta} \qquad (2.16)$$

[5] 这里采用的方法，即不考虑积分符号，有些不正规。正规的做法应采用变分法，但在这里变分法实际上简化成了我们这里使用的方法。

2.3 经济体的动态

c 的变化：

由于所有的家庭都是一样的，故式(2.16)实际上显示了整个经济体的消费的变化。

将利息的表达式(2.3)带入(2.16)得

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=\frac{f'(k(t))-\rho-\theta g}{\theta} \tag{2.17}$$

k 的变化：

k 的变化应为实际投资减去持平投资(n+g)k

$$\dot{k}(t)=f(k(t))-c(t)-(n+g)k(t) \tag{2.18}$$

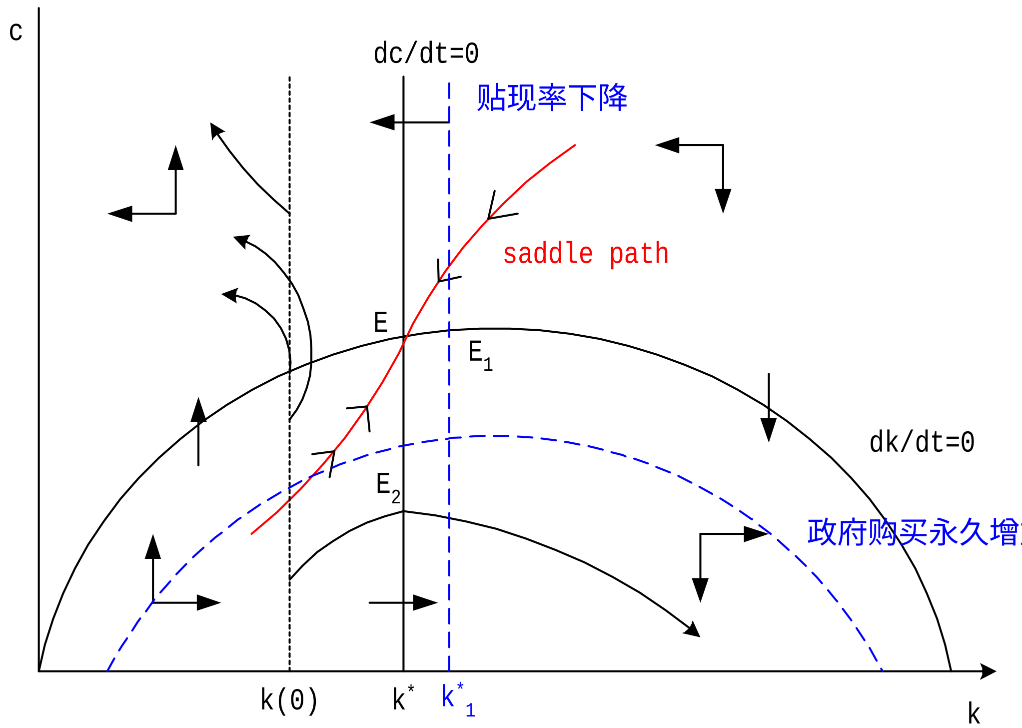

图 2.1 k、c 的变化，鞍线及贴现率及政府购买的影响

经济的动态：

经济的动态可由图 2.1 显示。令 $\dot{c}=0$ 及 $\dot{k}=0$ 可分别得到图中的竖线和弧线。图中的红色箭头显示了 c 与 k 的变化趋势。任给经济体的初始资本存量（每有效劳力），由图中可见，消费只能取 k(0)线与鞍线交点处的值，否则经济体会要么资本趋向于零，要么消费趋向于零。最终，经济体会收敛到 E 点的平衡状态上，c 与 k 再也不发生变化，达到平衡增长路径。

2.4 平衡增长路径

福利: 由于 Ramsey-Cass-Koopmans 模型的条件满足第一福利公理，因此，在该模型中的均衡是帕累拖有效的（Pareto-efficient）。

平衡增长路径的特征

当 Ramsey-Cass-Koopmans 模型收敛到 E 点时，模型的表现行为与 Solow 模型一致。每有效劳力的资本、产出和消费保持不变；总资本、总产出和总消费以(n+g)的速率增长；人均的资本、产出和消费以 g 的速率增长。

黄金率的资本存量（Golden-Rule Level of Capital）

在 Ramsey-Cass-Koopmans 模型中，资本存量高于黄金率水平的平衡增长路径是不可能的。由第一章的式(1.5)可知：

$$f'(k_{GR}) = n + g + \delta = n + g \quad (2.19)$$[6]

将 $\dot{c} = 0$ 带入(2.17)式可得

$$f'(k^*) = \rho + \theta g \quad (2.20)$$

(2.20)式减去(2.19)式并带入(2.2)式中的假设得

$$f'(k^*) - f'(k_{GR}) = \rho - n - (1-\theta)g > 0 \quad (2.21)$$

又 $f'(\bullet)$ 是减函数，故

$$k^* < k_{GR} \quad (2.22)$$

在 Ramsey-Cass-Koopmans 模型中，k^* 被称为 " 修正的黄金率资本存量 "（modified golden-rule capital stock）。

2.5 贴现率与政府购买的影响

贴现率下降：

由(2.17)式可知，ρ 下降则 k^* 上升。表现为图 2.1 中 $\dot{c} = 0$ 线向右移动。

政府购买永久上升：

设政府购买为总额税每有效劳力每单位时间 G(t)

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - G(t) - (n+g)k(t) \quad (2.23)$$

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} c(t) e^{(n+g)t} dt \le k(0) + \int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)} [w(t) - G(t)] e^{(n+g)t} dt \quad (2.24)$$

G(t)的永久上升表现为图 2.1 中 $\dot{k} = 0$ 曲线的向下移动。

3．Diamond 模型

3.1 假设

Diamond 模型与 Ramsey-Cass-Koopmans 模型的最关键的不同在于，在前者中组成经济

[6] 在 Ramsey-Cass-Koopmans 模型中，资本的折旧被设为零。 $\delta=0$

体的人有新老的交替。因此，在 Diamond 模型中时间被设为离散的时间段 t=0,1,2,….每一个人都生活两个时间段。每人都在前一个时间段挣钱，而在两个时间段消费。

设 L_t 为在时间段 t 内出生的人数，人口的增长率为 n，则 $L_t=(1+n)L_{t-1}$。

设 C_{1t} 与 C_{2t} 分别为在时间段 t 内年轻人与年老人的消费。则出生在 t 的某人的效用为

$$U_t=\frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta}+\frac{1}{1+\rho}\frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}，\quad \theta>0，\quad \rho>-1 \tag{3.1}$$

其它假设有 $Y_t=F(K_t,A_tL_t)$，$A_t=(1+g)A_{t-1}$，$r_t=f'(k_t)$，$w_t=f(k_t)-k_tf'(k_t)$

每人在其生命的第一阶段挣钱并消费，在第二阶段消费其前一阶段剩余的财富及财富所得的利息。

3.2 家庭的行为

出生于 t 的人的第二阶段的消费为

$$C_{2t+1}=(1+r_{t+1})(w_tA_t-C_{1t}) \tag{3.2}$$

即
$$C_{1t}+\frac{1}{1+r_{t+1}}C_{2t+1}=A_tw_t \tag{3.3}$$

家庭要最大化其在(3.3)约束下的效用(3.1)

$$L=\frac{C_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta}+\frac{1}{1+\rho}\frac{C_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}+\lambda\left[A_tw_t-\left(C_{1t}+\frac{1}{1+r_{t+1}}C_{2t+1}\right)\right] \tag{3.4}$$

一阶条件为

$$\frac{\partial L}{\partial C_{1t}}=0\Rightarrow C_{1t}^{-\theta}=\lambda \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_{2t+1}}=0\Rightarrow \frac{1}{1+\rho}C_{2t+1}^{-\theta}=\frac{1}{1+r_{t+1}}\lambda \tag{3.6}$$

解得
$$\frac{C_{2t+1}}{C_{1t}}=\left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{1/\theta} \tag{3.7}$$

将上式(3.7)带入约束(3.3)得

$$C_{1t}=\frac{(1+\rho)^{1/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta}+(1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}}A_tw_t \tag{3.8}$$

则收入中被存起来的比例为
$$s(r)=\frac{(1+\rho)^{1/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta}+(1+r)^{(1-\theta)/\theta}} \tag{3.9}$$

则 $C_{1t}=[1-s(r_{t+1})]A_t w_t$ **(3.10)**

3.3 经济体的动态

k 的变化：

$$K_{t+1}=s(r_{t+1})L_t A_t w_t \tag{3.11}$$

将上式左右同除以 $A_{t+1}L_{t+1}$ 得 $k_{t+1}=\frac{1}{(1+n)(1+g)}s(r_{r+1})w_t$ (3.12)

再带入 r_{t+1} 与 w_t 的表达示得

$$k_{t+1}=\frac{1}{(1+n)(1+g)}s(f'(k_{t+1}))[f(k_t)-k_t f'(k_t)] \tag{3.13}$$

上式(3.13)表明了 k_{t+1} 是 k_t 的隐函数。当 k_t 达到 $k_{t+1}=k_t$ 时达到平衡状态，k 再不改变。

对数效用函数与 Cobb-Douglas 生产函数

设 $\theta=1\Rightarrow s(r)=s=\frac{1}{2+\rho}$

设 $f(k)=k^{\alpha}\Rightarrow w=(1-\alpha)k^{\alpha}$

则 $k_{t+1}=\frac{1}{(1+n)(1+g)}\frac{1}{2+\rho}(1-\alpha)k_t^{\alpha}$ (3.14)

在此简化条件下，经济体动态可由图 2.2 表示。

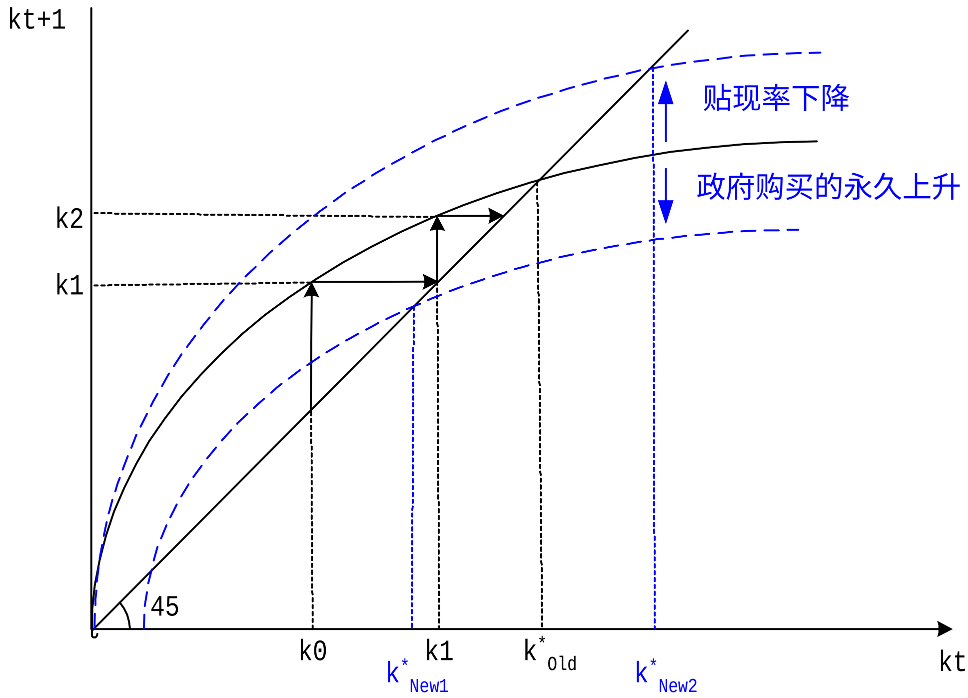

图 2.2　k 的变化及贴现率和政府购买的影响

3.4　贴现率与政府购买的影响

如图 2.2 所示，贴现率的下降和政府购买的永久上升分别表现为曲线的上升和下降。

4．研发模型

4.1　分析框架与假设

需要将研发（R&D）部门及技术的进步率内生如模型中。[7]

$$Y(t)=[(1-a_K)K(t)]^{\alpha}[A(t)(1-a_L)L(t)]^{1-\alpha}\text{，}\qquad 0<\alpha<1 \tag{4.1}$$

$$\dot{A}(t)=B[a_K K(t)]^{\beta}[a_L L(t)]^{\gamma}A(t)^{\theta}\text{，}\qquad B>0\text{，}\ \beta\geq 0\text{，}\ \gamma\geq 0 \tag{4.2}$$

$$\dot{K}(t)=sY(t) \tag{4.3}$$

$$\dot{L}(t)=nL(t)\text{，}\qquad n\geq 0 \tag{4.4}$$

[7] 在这个模型中有两个重要的简化。第一，研发部门和生产部门均为标准化的 Cobb-Douglas 生产函数；第二，储蓄率、投入研发部门的资本比例和劳力比例均外生且恒定，分别为 s、a_K 和 a_L。

4.2 知识与资本的变化

将(4.1)带入(4.3)得

$$\dot{K}(t)=s(1-a_K)^{\alpha}(1-a_L)^{1-\alpha}K(t)^{\alpha}A(t)^{1-\alpha}L(t)^{1-\alpha} \tag{4.5}$$

将上式除以 K(t)，并设 $c_K \equiv s(1-a_K)^{\alpha}(1-a_L)^{1-\alpha}$ 得

$$g_K(t)\equiv\frac{\dot{K}(t)}{K(t)}=c_K\left[\frac{A(t)L(t)}{K(t)}\right]^{1-\alpha} \tag{4.6}$$

对上式求对数并对时间求导得

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g\ (t)}=(1-\alpha)\left[g_A(t)+n-g_K(t)\right] \tag{4.7}$$

同理，(4.2)除以 A(t)，并设 $c_A \equiv Ba_K^{\beta}a_L^{\gamma}$

$$g_A(t)\equiv\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}=c_AK(t)^{\beta}L(t)^{\gamma}A(t)^{\theta-1} \tag{4.8}$$

求对数并对时间求导得

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)}=\beta g_K(t)+\gamma n+(\theta-1)g_A(t) \tag{4.9}$$

分别将 $\dot{g}_K(t)=0$ 与 $\dot{g}_A(t)=0$ 带入式(4.7)与(4.9)得

$$g_K=g_A+n\,,\qquad g_K=\frac{1-\theta}{\beta}g_A-\frac{\gamma n}{\beta} \tag{4.10}$$

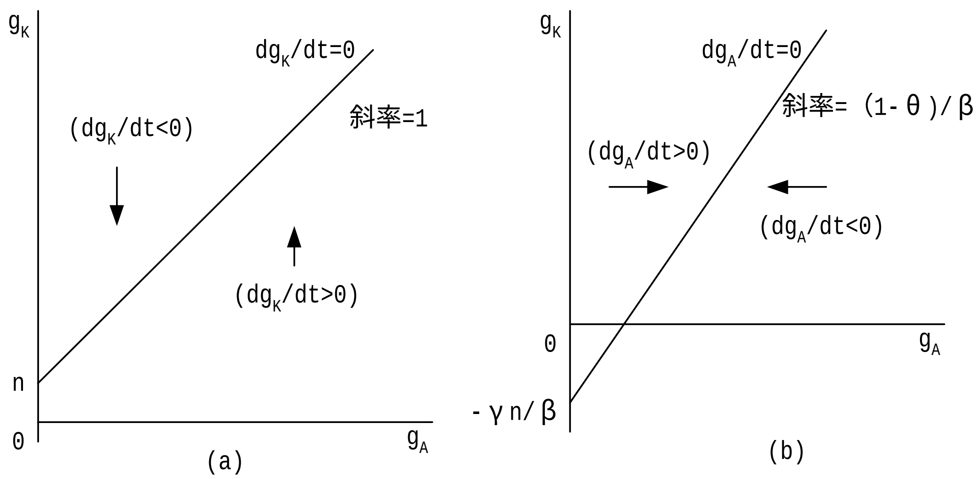

图 4.1 g_K 与 g_A 动态相图

在知识的生产函数(4.2)中，K 与 A 的规模收益的阶数$(\beta+\theta)$，也即图 4.1 中 $\dot{g}_K(t)=0$

与 $\dot{g}_A(t)=0$ 两直线斜率的大小关系决定了经济体的状况。

第一种情况： $\beta+\theta<1$

如图 4.2（a)。此时 $(1-\theta)/\beta>1$，经济体将会最终收敛到 E 点。可以解出，在 E 点

$$g_A^*=\frac{\beta+\gamma}{1-(\theta+\beta)}n\,,\qquad g_K^*=g_A^*+n \tag{4.11}$$

在这种情况下，当经济达到平衡状态，储蓄率 s，投入 R&D 的资本和人力比例 a_K 和 a_L 均对长期增长没有任何影响。

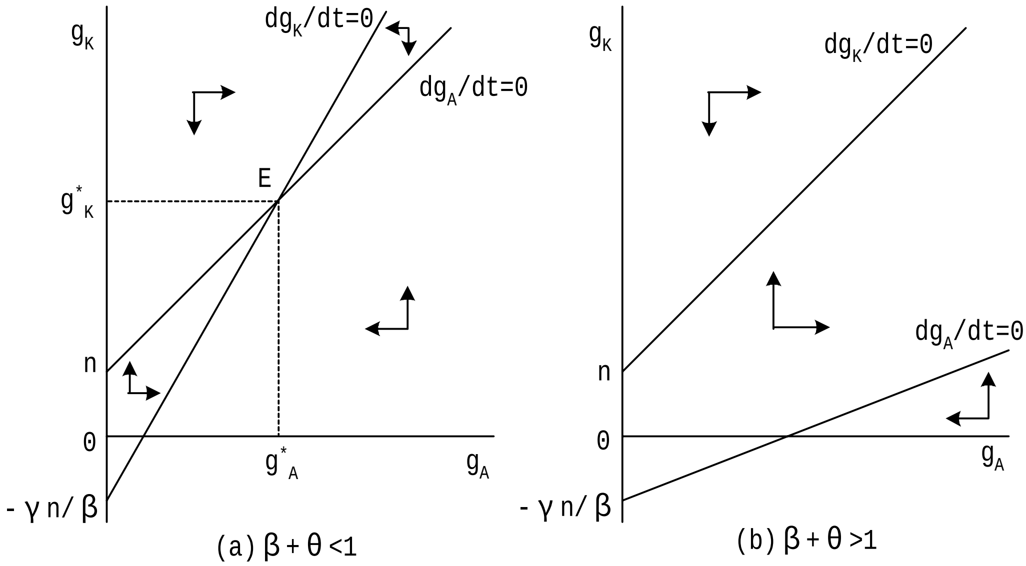

图 4.2　$\beta+\theta<1$ 及 $\beta+\theta>1$ 时的相图

第二种情况： $\beta+\theta>1$

如图 4.2(b)所示。在此时，经济体将最终进入两直线所夹的区域。资本和知识的增加速度会越来越快，直至无穷大。在这种情况下储蓄率 s 的增大会使经济的发展速度更大。

第三种情况： $\beta+\theta=1$

当 n 不为零时，见图 4.3（a)。此时的情况与 $\beta+\theta>1$ 情况类似。

当 n 为零时，两直线重合，见图 4.3（b)。在这种情况下经济体将会收敛到一个平衡的增长路径上（收敛到直线上)。但具体将是哪个路径（直线上的哪一点）则无法得知。

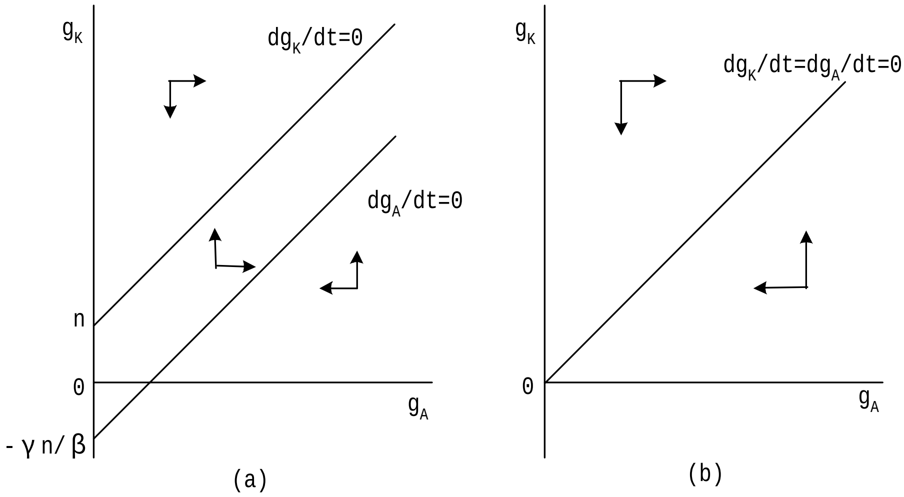

图 4.3 $\beta+\theta=1$时的相图

4.3 " 干中学 " 与 AK 模型

干中学：知识的积累是一般的生产活动的副产物。

$$Y(t)=K(t)^{\alpha}\left[A(t)L(t)\right]^{1-\alpha} \tag{4.12}$$

$$A(t)=BK(t)^{\phi}\text{，}\quad B>0\text{，}\quad \phi>0 \tag{4.13}$$

式(4.12)(4.13)与描述资本和劳力积累的式(4.3)(4.4)一起刻画了这个经济的特征。
将(4.13)代入(4.12)得

$$Y(t)=K(t)^{\alpha}B^{1-\alpha}K(t)^{\phi(1-\alpha)}L(t)^{1-\alpha} \tag{4.14}$$

$$\dot{K}(t)=sB^{1-\alpha}K(t)^{\alpha}K(t)^{\phi(1-\alpha)}L(t)^{1-\alpha} \tag{4.15}$$

与 4.2 节中的分析类似，这里的增长情况也可由$\alpha+\phi(1-\alpha)$与 1 的大小关系（等价于ϕ与 1 的大小关系）分为三类：$\phi<1$时，长期的增长速度是人口增长速度 n 的函数；$\phi>1$时，将会有爆炸性的增长；$\phi=1$时，如果 n>0 则为爆炸性增长，如 n=0，则式（4.14）化为

$$Y(t)=bK(t)\text{，}\qquad b\equiv B^{1-\alpha}L^{1-\alpha} \tag{4.16}$$

$$\dot{K}(t)=sbK(t) \tag{4.17}$$

这是又一个长期增长内生并决定于 s 的模型。一般将此模型中的 b 写成 A，称此模型为 " Y=AK " 模型（AK 模型）。

5．国家间的收入差距

经济增长研究的一个根本的目标就是理解在不同国家间人均收入的巨大差异。

5.1 扩展的 Solow 模型：包含人力资本

假定：

$$Y(t)=K(t)^{\alpha}\left[A(t)H(t)\right]^{1-\alpha} \tag{5.1}$$

其中 Y，K 与 A 与 Solow 模型中的设定一样。H 是所有工人提供的总的劳力服务（labor service）。其中即包括原始劳力（raw labor，人天生就有的能力），以及人力资本（human capital，后天习得的技能）。

$$\dot{K}(t)=sY(t)-\delta K(t) \tag{5.2}$$

$$\dot{A}(t)=gA(t)\,,\qquad \dot{L}(t)=nL(t) \tag{5.3}$$

为了简化，假定所有的工人都受了相同年限 E 的教育

$$H(t)=L(t)G(E) \tag{5.4}$$

其中$G(\bullet)$是人力资本受教育年限 E 影响的函数。[8]

$$G(E)=e^{\phi E}\,,\qquad \phi>0 \tag{5.5}$$

模型的分析：

定义 k、y 分别为每有效劳力服务的物质资本量和产出

$$k(t)=\frac{K(t)}{A(t)G(E)L(t)} \tag{5.6}$$

$$y(t)=f(k(t))=\frac{Y(t)}{A(t)G(E)L(t)} \tag{5.7}$$

$$\dot{k}(t)=sf\left(k(t)\right)-\left(n+g+\delta\right)k(t)=sk(t)^{\alpha}-\left(n+g+\delta\right)k(t) \tag{5.8}$$

经济体将收敛至$\dot{k}=0$，此时

$$k^{*}=\left[\frac{s}{n+g+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{5.9}$$

在平衡增长路径上，人均产出将以g的速率增长。

此模型中，s 变化的影响与 Solow 模型中完全一样。

在平衡增长路径上，E 的增长对人均产出的影响幅度与它对 G(E)的影响幅度一样。

---

[8] $G'(\bullet)>0$，$G''(\bullet)<0$。$LG(0)$为原始劳力，$L\left[G(E)-G(0)\right]$为人力资本。

这个模型对理解国家间的收入差距有两个需注意的地方：第一，它标示出了国家间收入差距的又一个可能的源泉——人力资本的差别；第二，人力资本的引入并没有改变 Solow 模型中对物质资本积累已经得出的结论。

学生与工人

假设每人均生活相同的时间 T，其中前 E 年学习，余下的（T - E）年工作。

令 N(t)表示时刻 t 时的人口数，B(t)为 t 时刻出生的人数，B(t)将以速率 n 增长。

在时刻 t 的人口数为在时间段 t-T 至 t 内出生的总人数：

$$N(t)=\int_{\tau=0}^{T}B(t-\tau)d\tau=\int_{\tau=0}^{T}B(t)e^{-n\tau}d\tau=\frac{1-e^{-nT}}{n}B(t) \tag{5.10}$$

同理，在时刻 t 的工人总数为时间段 t-T 至 t-E 内出生的总人数：

$$L(t)=\int_{\tau=E}^{T}B(t-\tau)d\tau=\int_{\tau=E}^{T}B(t)e^{-n\tau}d\tau=\frac{e^{-nE}-e^{-nT}}{n}B(t) \tag{5.11}$$

$$\frac{L(t)}{N(t)}=\frac{e^{-nE}-e^{-nT}}{1-e^{-nT}} \tag{5.12}$$

由式（5.7）知均衡时人均产出为

$$\left(\frac{Y}{N}\right)^{*}=y^{*}A(t)G(E)\frac{e^{-nE}-e^{-nT}}{1-e^{-nT}} \tag{5.13}$$

这里，E 的增长对人均收入（也即人均产出）的影响是不定的。有点类似在 Solow 模型中分析 s 的增加对消费的 c 的影响。E（或 s）的增加在短期内引起人均收入（或消费 c）的下降。而在长期，他们的影响是不确定的。

5.2 实际应用：计量国家间的收入差异

过程：

$$Y_i=K_i^{\alpha}\left(A_iH_i\right)^{1-\alpha} \tag{5.14}$$

其中 i 表示不同的国家；A 的贡献以" 剩余 " (residual)计量。在剩余中不仅仅包含了 A 的作用，还包含了所有出物质和人力资本外对增长有影响的因素。

将（5.14）式两边除以工人数 L_i，并取对数得

$$\ln\frac{Y_i}{L_i}=\alpha\ln\frac{K_i}{L_i}+(1-\alpha)\ln\frac{H_i}{L_i}+(1-\alpha)\ln A_i \tag{5.15}$$

计量的中心思想就是：直接计量上式（5.15）中的每一个部分，然后计算作为剩余的 A_i

为了操作的方便，在（5.15）两边减去 $\alpha\ln(Y_i/L_i)$

$$(1-\alpha)\ln\frac{Y_i}{L_i}=\left(\alpha\ln\frac{K_i}{L_i}-\alpha\ln\frac{Y_i}{L_i}\right)+(1-\alpha)\ln\frac{H_i}{L_i}+(1-\alpha)\ln A_i$$

$$=\alpha\ln\frac{K_i}{Y_i}+(1-\alpha)\ln\frac{H_i}{L_i}+(1-\alpha)\ln A_i \tag{5.16}$$

两边除以$1-\alpha$得

$$\ln\frac{Y_i}{L_i}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\frac{K_i}{Y_i}+\ln\frac{H_i}{L_i}+\ln A_i \tag{5.17}$$

式（5.17）将每工人的产出分解为物质资本密度（资本-产出比例，K/Y），每工人的劳力服务，和剩余。

数据与结果

在研究的样本中，五个最富的国家与五个最穷的国家相比，其每工人的产出相差 31.7 倍，取对数后为差 3.5。两组间，$[\alpha/(1-\alpha)]\ln(K/Y)$的差距为 0.6；$\ln(H/L)$的差距为 0.8；$\ln A$的差距为 2.1。

即人均收入间的巨大差异约有 1/6 为物质资本的密集度所解释，约不到 1/4 为教育的差别所解释。

虽然可以从人力和物质资本的外部性以及人力资本的质量两方面对上面的计量过程加一修正，但这并没有从本质上改变计量的结果。即大部分的收入差距必须用剩余来解释。

定义 MPH 为劳力服务的边际产出，即$(1-\alpha)Y/H$，由（5.17）有

$$MPH=(1-\alpha)\left(\frac{K}{Y}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}A \tag{5.18}$$

由计量的结果可知，富国的 MPH 高于穷国的 MPH。这与劳动力有从穷国流向富国的趋势的现实是相适应的。

5.3 增长速度的差别

收敛到平衡增长路径

为简单起见，假设国家间每工人收入的不同完全是由于人均物质资本的不同所引起。

$$\frac{Y_i(t)}{L_i(t)}=A(t)f(k_i(t)) \tag{5.19}$$

由假设，在所有国家 A 的增长路径都是一样的。

在 Solow 或 Ramsey 模型中，经济都会收敛到一个平衡增长路径上。通过对模型用一阶 Taylor 展开加以近似，可得经济的收敛速度 [9]

$$\dot{k}_i(t)=\lambda\left[k_i^*-k_i(t)\right] \tag{5.20}$$

基础的改变

由（5.20）可得

$$k_i(T)-k_i(0)=\left(1-e^{-\lambda T}\right)\left[k_i^*(0)-k_i(0)\right]+\int_{\tau=0}^{T}\left(1-e^{-\lambda(T-\tau)}\right)\dot{k}_i^*(\tau)d\tau \tag{5.21}$$

[9] 详细可参见第一章

增长决定于两方面：国家相对其自己的平衡增长路径的起始位置，平衡增长本身路径的改变。

附录 A：第一部分小结

经济增长理论的中心有两点：一、理解经济在很长的时间内的增长现象（包括增长的原因、增长的源泉、增长的规律等）；二、理解国家间经济发展的巨大差异。

第一部分给出的诸增长模型均为新古典增长模型。这类模型由 Solow 和 Swan 于 50 年代开创。但在新古典增长模型中，由于 Inada 条件的存在，经济增长总是不可避免地走向停滞。此时需要有外界的推动来维持经济的持续发展。在 Solow 模型、Ramsey 模型和 Diamond 模型中，经济增长由外生的科技的进步所推动。在研发（R&D）模型和 Arrow 的 " 干中学 " 模型中，经济的增长则依靠外生的人口增长来维持。无法内生化经济的增长，是新古典增长模型最大的弱点，从而也限制了这类模型对经济增长理论中的第一个中心问题的回答。

为了弥补新古典增长模型的不足，在 80 年代，由 P.Romer 和 Lucas 开创的内生经济增长理论发展了起来。内生增长理论，或通过用凸性条件来代替 Inada 条件，或引入资本的外部性、或考虑新产品、分工、制度等对增长的影响等方法而将经济的增长内生进模型之中，为理解经济增长开辟了新的道路。[10] 在 4.3 节中曾提到的 AK 模型（在该模型中，资本的边际收益为常数，不满足 Inada 条件）就是最简单的内生增长模型。

经济增长理论的第二个中心任务是要搞清楚为什么国家间的经济水平（人均）会有那么大的差别。1957 年 Solow 用了第一章中的方法进行了计算。他发现，总产出中能被资本和劳动所解释的只有大约 12.5%，而另外的 87.5%只能用 " 剩余 " 解释为外生的技术进步。通过对 Solow 模型的计算，为了解释人均收入间 10 倍的差距，人均资本量至少需要相差 100 倍。显然，用 Solow 模型并不能很好地解释国家间的差距。在第五章中，通过引入了人力资本的改进的模型对国家间收入差别进行了分析，结果仍然有相当大的部分不能加以解释。虽然这些可以从社会基础结构等方面进行分析，但仍需进一步的研究。

[10] 有关内生经济增长理论的一个好的文献综述可见：潘士远，史晋川，" 内生经济增长理论：一个文献综述 "，经济学（季刊），Vol.1，No.4，pp.753~786

第二部分 经济波动

5．商业周期

5.1 引言

经济波动的一些事实：

1) 波动没有表现出任何简单的周期性；
2) 波动在产出的各组成部分中分配并不均匀；
3) 产出在衰退和繁荣时并没有什么大的不对称；
4) 波动的特征并没有大的改变。

5.2 解释商业周期的理论

投资冲击和 Keysian 商业周期理论

政策冲击

商业周期的新古典理论

工资和价格刚性的新 Keysian 理论

6．实际商业周期（Real-Business-Cycle）理论

6.1 一个基准的 RBC 模型

经济由大量相同、具无限期界的家庭组成。他们最大化

$$U=\sum_{t=0}^{\infty}e^{-\rho t}u(c_t,1-l_t)\frac{N_t}{H} \tag{6.1}$$

其中，$u(\bullet)$为瞬时效用函数[11]，ρ为贴现率，N_t为人口数，H为家庭数。

$u(\bullet)$的第一个参数为家庭中每成员的平均消费，第二个为每成员的平均闲暇（每成员的时间禀赋正规化为 1）。由于所有的家庭均相同，故$c=C/N$，$l=L/N$

$$u_t=\ln c_t+b\ln(1-l_t),\qquad b>0 \tag{6.2}$$

[11] $u_i>0,u_{ii}<0,u_i(0)=\infty,u_i(\infty)=0$

$$\ln N_t = \overline{N} + nt \text{，} \quad n < \rho \tag{6.3}$$

$$Y_t = K_t^{\alpha}\left(A_t L_t\right)^{1-\alpha} \text{，} \qquad 0 < \alpha < 1 \tag{6.4}$$

$$K_{t+1} = K_t + I_t - \delta K_t = K_t + Y_t - C_t - G_t - \delta K_t \tag{6.5}$$

$$w_t \equiv \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\alpha} A_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L_t} \tag{6.6}$$

$$r_t \equiv \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} - \delta = \alpha\left(\frac{A_t L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - \delta = \alpha\frac{Y_t}{K_t} - \delta \tag{6.7}$$

以上为模型的基本假设。[12]

为在模型中引入随机性，设

$$\ln A_t = \overline{A} + gt + \tilde{A}_t \tag{6.8}$$

$$\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \text{，} \quad -1 < \rho_A < 1 \tag{6.9}$$

$$\ln G_t = \overline{G} + (n+g)t + \tilde{G}_t \text{ [13]} \tag{6.10}$$

$$\tilde{G}_t = \rho_G \tilde{G}_{t-1} + \varepsilon_{G,t} \text{，} \quad -1 < \rho_G < 1 \tag{6.11}$$

其中$\varepsilon_{A,t}$与$\varepsilon_{G,t}$为白噪声干扰。

6.2 家庭的行为

劳动力提供的跨期替代

设家庭生存两期，没有初始的财富，只有一个成员。故家庭的生存期预算约束为

$$c_1 + \frac{1}{1+r}c_2 = w_1 l_1 + \frac{1}{1+r}w_2 l_2 \tag{6.12}$$

$$\begin{aligned} L = {} & \ln c_1 + b\ln(1-l_1) + e^{-\rho}\left[\ln c_2 + b\ln(1-l_2)\right] \\ & + \lambda\left[w_1 l_1 + \frac{1}{1+r}w_2 l_2 - c_1 - \frac{1}{1+r}c_2\right] \end{aligned} \tag{6.13}$$

解出
$$\frac{1-l_1}{1-l_2} = \frac{1}{e^{-\rho}(1+r)}\frac{w_2}{w_1} \tag{6.14}$$

在不确定下的家庭最优化

由式（6.1）与（6.2）可得

[12] 一般的 RBC 模型不能得出简洁的封闭解。为了简化分析，常将模型设定为对数效用函数和 CD 生产函数。

[13] 每人的政府购买的增长率应为人口和科技的增长率之和。否则，随时间的增长，政府购买会变得非常大或非常小。

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} \left[\ln c_t + b \ln(1 - l_t) \right] \frac{N_t}{H} \tag{6.15}$$

在t时期，每成员消费的边际效用为$e^{-\rho t}(N_t/H)(1/c_t)$

在t时期，每成员消费减少Δc，则在$t+1$时期，每成员消费可增加$e^{-n}(1+r_{t+1})\Delta c$

如果家庭的行为最优，则它减少一点成员的平均消费Δc，并用之来增加下一期的消费，应使家庭的预期效用不变。又设E_t为家庭在时期t时的预期，则 [14]

$$e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{\Delta c}{c_t} = E_t \left[e^{-\rho(t+1)} \frac{N_{t+1}}{H} e^{-n} \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \Delta c \tag{6.16}$$

由于$e^{-\rho(t+1)}(N_{t+1}/H)e^{-n}$为非随机，且$N_{t+1} = N_t e^n$，得

$$\frac{1}{c_t} = e^{-\rho} E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \tag{6.17}$$

消费与劳动之间的替代

类似上一小节的推导，可得

$$e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{b}{1 - l_t} \Delta l = e^{-\rho t} \frac{N_t}{H} \frac{1}{c_t} w_t \Delta l \tag{6.18}$$

解出 $$\frac{c_t}{1 - l_t} = \frac{w_t}{b} \tag{6.19}$$

6.3 一个特别的模型

简化假设

6.1 节中给出的模型没有解析解。因此作简化：没有政府，折旧为 100% 。则

$$K_{t+1} = Y_t - C_t \tag{6.20}$$

$$1 + r_t = \alpha \left(\frac{A_t L_t}{K_t} \right)^{1-\alpha} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \tag{6.21}$$

解模型

解模型的过程中，注意力放在两个变量上：每人的劳动l，与产出中被储蓄起来的部分，s。基本的策略是，将方程写为对数线性形式，用$(1-s)Y$代换C。

依此策略将式（6.17）改写为

[14] 更正规的做法是用动态规划。但用动态规划的结果也为式（6.17）。

$$-\ln\left[(1-s_t)\frac{Y_t}{N_t}\right]=-\rho+\ln E_t\left[\frac{1+r_{t+1}}{(1-s_{t+1})Y_{t+1}/N_{t+1}}\right] \tag{6.22}$$

将（6.21）及 $K_{t+1}=Y_t-C_t=s_tY_t$ 代入（6.22），并注意下标为 t 的变量可以从期望符号中提出，得

$$-\ln(1-s_t)-\ln Y_t+\ln N_t$$

$$=-\rho+\ln\alpha+\ln N_t+n-\ln s_t-\ln Y_t+\ln E_t\left[\frac{1}{1-s_{t+1}}\right] \tag{6.23}$$

（6.23）化简为

$$\ln s_t-\ln(1-s_t)=-\rho+n+\ln\alpha+\ln E_t\left[\frac{1}{1-s_{t+1}}\right] \tag{6.24}$$

由于在（6.24）中没有技术（A）与资本（K）。于是将有一个定值 s 满足式（6.24）式。设 s 为某定值 $\hat{s}$，则 s_{t+1} 也就不是不确定的了，（6.24）式可被化为

$$\ln\hat{s}=\ln\alpha+n-\rho,\quad 或\quad \hat{s}=\alpha e^{n-\rho} \tag{6.25}$$

将 $c_t=C_t/N_t=(1-\hat{s})Y_t/N_t$ 代入（6.19）得

$$\ln\left[(1-\hat{s})\frac{Y_t}{N_t}\right]-\ln(1-l_t)=\ln w_t-\ln b \tag{6.26}$$

将（6.6）式代入上式得

$$\ln(1-\hat{s})+\ln Y_t-\ln N_t-\ln(1-l_t)$$

$$=\ln(1-\alpha)+\ln Y_t-\ln l_t-\ln N_t-\ln b \tag{6.27}$$

化简为

$$\ln l_t-\ln(1-l_t)=\ln(1-\alpha)-\ln(1-\hat{s})-\ln b \tag{6.28}$$

得 $$l_t=\frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+b(1-\hat{s})}\equiv\hat{l} \tag{6.29}$$

讨论

在 RBC 模型中，经济是瓦尔拉斯型（Walrasian）的，它的波动是对冲击的最优反应。因此，RBC 模型的最大的含义就是：经济的波动并非由于市场失灵或是政府的干预，而是代表了时际的帕累脱（Pareto）最优。

将 $K_t=\hat{s}Y_{t-1}$ 与 $L_t=\hat{l}N_t$ 代入对数形式的生产函数中可得

$$\ln Y_t=\alpha\ln\hat{s}+\alpha\ln Y_{t-1}+(1-\alpha)(\ln A_t+\ln\hat{l}+\ln N_t) \tag{6.30}$$

$$= \alpha \ln \hat{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha)(\overline{A} + gt) + (1-\alpha)\widetilde{A}_t + (1-\alpha)(\ln \hat{l} + \overline{N} + nt)$$

（6.30）式中右侧不遵循确定路径的只有 $\alpha \ln Y_{t-1}$ 与 $(1-\alpha)\widetilde{A}_t$ 两项，故（6.30）式可重写为

$$\widetilde{Y}_t = \alpha \widetilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha)\widetilde{A}_t \tag{6.31}$$

其中 $\widetilde{Y}_t$ 为 $\ln Y$ 与如果 $\ln A_t = \overline{A} + gt$ 时 $\ln Y$ 的值之间的差

由（6.31）可求出

$$\widetilde{A}_t = \frac{1}{1-\alpha}\left(\widetilde{Y}_{t-1} - \alpha \widetilde{Y}_{t-2}\right) \tag{6.31}$$

将 $\widetilde{A}_t$ 的表达示（6.9）代入上式可得

$$\widetilde{Y}_t = (\alpha + \rho_A)\widetilde{Y}_{t-1} - \alpha \rho_A \widetilde{Y}_{t-2} + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t} \tag{\textbf{6.32}}$$

于是，产出的对数与其一般路径的差，遵循一个二阶自回归过程。

在这个模型中，瞬时的技术冲击并不能转变成为长时间的产出运动。

虽然这个模型的模拟结果与实际情况有些吻合，但也具有相当多的不符合的地方。如在该模型中投资是恒定的，与有较大波动的投资的实际情况不符；又如该模型说明实际工资应是完全顺周期的，而实际情况是实际工资只是中等程度上顺周期的。通过对这个模型引入低于 100%的折旧率和政府购买的冲击，可以改善该模型对就业、储蓄和实际工资的预测能力。

6.4　解一般的模型

总览

本章 6.1 节给出的模型是无法给出解析解的。几乎所有的 RBC 模型都是如此。

为了研究一般情况下的模型，采用如下方法：将模型中的变量的实际值与其在平衡增长路径上（没有冲击时）的值的差，写为对数形式，并用一阶 Taylor 展开加以近似。进而对近似的模型的性质加以研究。

围绕平衡增长路径对模型进行对数线性化

在任何时期，经济体的状态由继承的上一期的资本存量、现期的技术和政府购买决定。模型中两个内生的变量是每期的消费与就业。

将模型在非随机的平衡增长路径附近对数线性化得

$$\widetilde{C}_t \approx a_{CK}\widetilde{K}_t + a_{CA}\widetilde{A}_t + a_{CG}\widetilde{G}_t \tag{6.33}$$

$$\widetilde{L}_t \approx a_{LK}\widetilde{K}_t + a_{LA}\widetilde{A}_t + a_{LG}\widetilde{G}_t \tag{6.34}$$

上二式中，变量头上的波浪线（~）表明这是变量的对数值与其在平衡增长路径上的值的对数之间的差。

式中的各个 a 为模型中各参数的函数。近似后的模型（6.33）（6.34）应满足式（6.17）与（6.19）。由此，可以解出各个 a 的值。

期内的一阶条件

将（6.6）代入（6.19）并取对数得

$$\ln c_t - \ln(1-l_t) = \ln\left(\frac{1-\alpha}{b}\right) + (1-\alpha)\ln A_t + \alpha \ln K_t - \alpha \ln L_t \tag{6.35}$$

式（6.35）右侧的实际值与其平衡增长路径的值之差为$(1-\alpha)\tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t - \alpha\tilde{L}_t$。注意到$\tilde{c}_t = \tilde{C}_t$及$\tilde{l}_t = \tilde{L}_t$。等式左侧对$\ln c_t$求导为 1，对$\ln l_t$求导在$l_t = l^*$处的值为$l^*/(1-l^*)$。其中$l^*$为在平衡增长路径上$l$的值。故（6.35）可化为

$$\tilde{C}_t + \frac{l^*}{1-l^*}\tilde{L}_t = (1-\alpha)\tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t - \alpha\tilde{L}_t \tag{6.36}$$

将（6.33）与（6.34）代入（6.36）得

$$a_{CK}\tilde{K}_t + a_{CA}\tilde{A}_t + a_{CG}\tilde{G}_t + \left(\frac{l^*}{1-l^*} + \alpha\right)\left(a_{LK}\tilde{K}_t + a_{LA}\tilde{A}_t + a_{LG}\tilde{G}_t\right)$$
$$= \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{A}_t \tag{6.37}$$

由（6.37）式中左右两边对应系数应相等可得

$$a_{CK} + \left(\frac{l^*}{1-l^*} + \alpha\right)a_{LK} = \alpha \tag{6.38}$$

$$a_{CA} + \left(\frac{l^*}{1-l^*} + \alpha\right)a_{LA} = 1-\alpha \tag{6.39}$$

$$a_{CG} + \left(\frac{l^*}{1-l^*} + \alpha\right)a_{LG} = 0 \tag{6.40}$$

跨期的一阶条件

分析当期消费与下期消费之间的一阶关系（6.17）更为复杂。其基本的思想是设$\tilde{Z}_{t+1}$为$(1+r_{t+1})/c_{t+1}$的对数差值，推导出

$$\tilde{K}_{t+1} \approx b_{KK}\tilde{K}_t + b_{KA}\tilde{A}_t + b_{KG}\tilde{G}_t \tag{6.41}$$

推导过程因过于复杂省略。但模型对产出解释为

$$\tilde{Y}_t = [\alpha + (1-\alpha)a_{LK}]\tilde{K}_t + (1-\alpha)(1+a_{LA})\tilde{A}_t + (1-\alpha)a_{LG}\tilde{G}_t \tag{6.42}$$

6.5 实证应用

产出波动的持续性

Nelson 与 Plosser 的检验：其中心思想为，如果产出是围绕某确定的路径波动的话，那么当产出低于路径时，增长率应较高，反之则较低。

$$\Delta \ln y_t = a + b\{\ln y_{t-1} - [\alpha + \beta(t-1)]\} + \varepsilon_t \tag{6.43}$$

其中 y 是真实 GDP 的对数，$\alpha+\beta t$ 是它的趋势路径，ε_t 是零均值的干扰项。(6.43) 可以重写为

$$\Delta \ln y_t = \alpha' + \beta' t + b \ln y_{t-1} + \varepsilon_t$$

需要检验是否 $b=0$。正规地说，原假设是，产出是非稳定（是单位根的）。也即，波动中有一部分是会产生永久的影响。备择假设是，产出是趋势稳定的。

7．传统的凯恩斯（Keynesian）波动理论

7.1 凯恩斯总需求模型的复习

IS 曲线

IS 曲线显示了使产出中的计划支出和实际产生的支出相等的产出和利息率的组合。计划的真实支出为

$$E = E(Y, i-\pi^e, G, T)\text{，}\quad 0 < E_Y < 1, E_{i-\pi^e} < 0, E_G > 0, E_T < 0 \tag{7.1}$$

由 $E=Y$ 可得 IS 曲线为：

$$Y = E(Y, i-\pi^e, G, T) \tag{7.2}$$

由 IS 曲线两边对 i 求导可得

$$\left.\frac{dY}{di}\right|_{IS} = \frac{E_{i-\pi^e}}{1-E_Y} \tag{7.3}$$

LM 曲线

LM 曲线显示了在一定价格水平上，使货币市场达到平衡的产出和利息率的组合。LM 曲线为

$$\frac{M}{P} = L(i, Y)\text{，}\qquad L_i < 0, L_Y > 0 \tag{7.4}$$

有 LM 曲线两边对 Y 求导得

$$\left.\frac{di}{dY}\right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_i} > 0 \tag{7.5}$$

AD 曲线

IS 曲线和 LM 曲线合起来决定了一条在 YOP 坐标面上（P 为纵坐标），向下倾斜的的总需求曲线 AD 曲线。

为求 AD 曲线的斜率，分别将 IS 曲线（7.2）和 LM 曲线（7.4）对 P 求导得

$$\left.\frac{dY}{dP}\right|_{AD} = E_Y \left.\frac{dY}{dP}\right|_{AD} + E_{i-\pi^e} \left.\frac{di}{dP}\right|_{AD} \tag{7.6}$$

$$-\frac{M}{P^2}=L_i\frac{di}{dP}\bigg|_{AD}+L_Y\frac{dY}{dP}\bigg|_{AD} \tag{7.7}$$

由上二式可以解出

$$\frac{dY}{dP}\bigg|_{AD}=\frac{-M/P^2}{\left[(1-E_Y)L_i/E_{i-\pi^e}\right]+L_Y} \tag{7.8}$$

上式显然为负。故 AD 曲线中 Y 与 P 之间负相关。

7.2 开放经济

真实汇率与计划支出

$$Y=E(Y,i-\pi^e,G,T,\frac{\varepsilon P^*}{P}) \tag{7.9}$$

其中，ε 为名义汇率，P^* 为外国的价格水平。则 $\varepsilon P^*/P$ 为真实汇率。

Mundell-Fleming 模型

假设国家间资本有完美的流动性，人们不预期汇率会发生变化。

由于有完美的资本流动性，即 $i=i^*$。其中外国的利息率设为给定。则 IS-LM 曲线变为：

$$\frac{M}{P}=L(i^*,Y) \tag{7.10}$$

$$Y=E(Y,i^*-\pi^e,G,T,\frac{\varepsilon P^*}{P}) \tag{7.11}$$

在 $YO\varepsilon$ 坐标平面上，LM 曲线为一垂直的直线，IS 向右上倾斜。

理性汇率预期与汇率调节过度（Overshooting）

当资本有完美的流动性时，国家间的投资收益应一样。有

$$e^{i\Delta t}=\frac{E\left[\varepsilon(t+\Delta t)\right]}{\varepsilon(t)}e^{i^*\Delta t} \tag{7.12}$$

对上式两边对 Δt 求导得

$$e^{i\Delta t}i=\frac{E\left[\varepsilon(t+\Delta t)\right]}{\varepsilon(t)}e^{i^*\Delta t}i^*+e^{i^*\Delta t}\frac{E\left[\dot{\varepsilon}(t+\Delta t)\right]}{\varepsilon(t)} \tag{7.13}$$

当 $\Delta t=0$ 时，有

$$i=i^*+\frac{E\left[\dot{\varepsilon}(t)\right]}{\varepsilon(t)} \tag{7.14}$$

上式（7.14）即为 " 无抛补利率平价 "（uncovered interest-rate parity）。

*调节过度（Overshooting）*是指变量对冲击的初始反应大于其长期的反应。

设初始时 $i=i^*$，没有汇率会变化的预期。此时本国货币投放量增加。其效果是，

在短期，本国利率下降；在长期，本国的价格水平和汇率会与货币同比例增长，利息恢复到初始状况。因此，在货币增加的初期，$i < i^*$。此时为满足无抛补利率平价，必须有 $E[\dot{\varepsilon}(t)] < 0$。故在货币增长的冲击下，汇率必须首先被贬值到足够的程度，以使人们产生汇率有升值的预期，从而最终满足利率平价，达到平衡。所以，在冲击的初期，汇率的初始反应会大于其长期反应。此即汇率的" 调节过度 "（overshooting）。

不完美的资本流动

定义资本流动，CF，为外国人购买本国的资产值减去本国人购买外国资产的值。假定

$$CF = CF(i - i^*)\,, \qquad CF'(\bullet) > 0 \tag{7.15}$$

资本流动（CF）与净出口（NX）之和应为零。

$$CF(i - i^*) + NX(Y, i - \pi^e, G, T, \frac{\varepsilon P^*}{P}) = 0 \tag{7.16}$$

在开放的环境中，总需求为本国人的计划支出和净出口之和

$$Y = E^D(Y, i - \pi^e, G, T) + NX(Y, i - \pi^e, G, T, \frac{\varepsilon P^*}{P}) \tag{7.17}$$

将（7.16）代入（7.17）可得新的 IS 曲线 IS**为

$$Y = E^D(Y, i - \pi^e, G, T) - CF(i - i^*) \tag{\textbf{7.18}}$$

IS**曲线比 IS 曲线更平坦。在有完美资本流动性的极端情况下，IS**曲线为完全水平。因此，在 IS**曲线的情况下，政府支出的扩张对产出的推动小于在 IS 曲线时。

7.3　工资和价格刚性的其它假设

一条不垂直的 AS 曲线是凯恩斯模型与古典模型最大的不同。在本小节中，给出产生向右上倾斜的 AS 曲线的几种可能的原因。在所有的可能性中，都假设了名义调整的不完全。至于不完全的微观基础则留待第八章讨论。

在所有的情况中，都有生产函数

$$Y = F(L)\,, \quad F'(\bullet) > 0, F''(\bullet) < 0 \tag{7.19}$$

情况一：凯恩斯模型

$$W = \overline{W} \tag{7.20}$$

$$F'(L) = \frac{W}{P} \tag{7.21}$$

该假设的重要推论是真实工资是反周期的，与实际情况不符。

情况二：粘性价格，灵活工资，竞争性劳动力市场

$$P = \overline{P} \tag{7.22}$$

$$L = L^s\left(\frac{W}{P}\right), \qquad L^{s'}(\bullet) > 0 \tag{7.23}$$

该模型的推论是真实工资是顺周期的，加成（产品的价格和边际成本的比率，markup）是反周期的。

情况三：粘性价格，灵活工资，劳动力市场的真实不完美

设劳动力市场中有一些非瓦尔拉斯因素，使实际工资高于劳动力市场的出清价格。

$$\frac{W}{P}=w(L)，\quad w'(\bullet)\geq 0 \tag{7.24}$$

情况四：粘性工资，灵活价格，与不完全竞争

由于市场的不完全竞争，商品的价格在其边际成本的基础上有一个加成。

$$P=\mu(L)\frac{W}{F'(L)} \tag{7.25}$$

其中 μ 是加价率，$W/F'(L)$ 为边际成本。

由 $F'(L)/\mu(L)$ 的大小不同，劳动力市场中的劳动力需求曲线既可能向右下倾斜，

也可能水平，也有可能向右上倾斜（横坐标为 L，纵坐标为 W/P）。

7.4 Philips 曲线和总供给曲线

Philips 1958 年发现，失业与名义工资变化率之间存在显著的负相关性。可表示为：

$$\frac{W_t-W_{t-1}}{W_{t-1}}=-\theta\left(\frac{\overline{N}-N_t}{\overline{N}}\right) \tag{7.26}$$

$\overline{N}$ 表示充分就业人数。W_t 和 N_t 分别表示第 t 期的工资和就业水平。

由 Philips 曲线导出总供给曲线

设生产函数为 $Y_t=AN_t^{\alpha}$ (7.27)

则真实工资为 $\frac{W_t}{P_t}=\frac{\partial Y_t}{\partial N_t}=\alpha\left(\frac{Y_t}{N_t}\right)$ (7.28)

对（7.27）、（7.28）两式取对数得（小写字母为相应大写字母的自然对数）：

$$y_t=\ln A+\alpha n_t \qquad \overline{y}=\ln A+\alpha\overline{n} \tag{7.29}$$

$$w_t-p_t=\ln\alpha+y_t-n_t \tag{7.30}$$

由 $\ln(1+X)\approx X$ 可知，Philips 曲线（7.26）式可以写为：

$$\left.\begin{aligned}\frac{W_t-W_{t-1}}{W_{t-1}}&\approx\ln\frac{W_t}{W_{t-1}}\\ -\left(\frac{\overline{N}-N_t}{\overline{N}}\right)&\approx\ln\frac{N_t}{\overline{N}}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \qquad w_t-w_{t-1}=\theta(n_t-\overline{n}) \tag{7.31}$$

由（7.29）（7.30）和（7.31）三式可得：

$$p_t - p_{t-1} = \phi(y_t - \bar{y}) - \varphi(y_{t-1} - \bar{y}) \tag{7.32}$$

其中$\phi = (1+\theta-\alpha)/\alpha$，$\varphi = (1-\alpha)/\alpha$，$\bar{y}$为实现充分就业时的产出水平的对数形式。设$\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$为第 t 期的通货膨胀率。则（7.32）式在省略了不重要的常数项后可以写为

$$\pi_t = \phi y_t \tag{7.33}$$

上式（7.33）通常被称为"准 Philips 曲线"(Quasi Philips Curve)。表明了产出与通货膨胀之间的关系。由于p_{t-1}也是一个外生给定的常数，(7.33）可进一步改写为

$$p_t = \phi y_t \tag{7.34}$$

（7.34）式即是向上倾斜的总供给曲线。

附加预期的 Philips 曲线

Friedman 指出，人关心的不是名义工资，而是实际工资。Philips 曲线应为

$$\frac{W_t/P_t^e - W_{t-1}/P_{t-1}}{W_{t-1}/P_{t-1}} = -\theta\left(\frac{\overline{N} - N_t}{\overline{N}}\right) \tag{7.35}$$

令$(W_t/P_t^e)/(W_{t-1}/P_{t-1}) = X$，利用$\ln X \approx X - 1$可将（7.35）式改写为

$$w_t - w_{t-1} = \theta(n_t - \bar{n}) + p_t^e - p_{t-1} \tag{7.36}$$

上式（7.36）被称为"*附加预期的 Philips 曲线*"(Expectations-Augmented Philips Curve)。类似（7.33）式的推导，可以从（7.36）式推出"*附加预期的总供给曲线*"为

$$p_t = \phi y_t + p_t^e \tag{7.37}$$

确定预期通货膨胀率的形成和变化方式是判断 Philips 曲线位置的关键。

适应性预期假说：行为人可以从预期的错误中吸取教训，并对未来的预期进行适当的调整。则

$$p_t^e - p_{t-1}^e = a(p_{t-1} - p_{t-1}^e), \qquad a > 0 \tag{7.38}$$

即 $$p_t^e = ap_{t-1} + (1-a)p_{t-1}^e \tag{7.39}$$

递归消去p_{t-1}^e后可得

$$p_{t-1}^e = a\sum_{i=-\infty}^{t-1}(1-a)^{t-i-1}p_i \tag{7.40}$$

在$a < 1$的情况下，预期价格水平是由过去的价格水平所决定的，这是适应性预期假说的一个重要特征。

将（7.40）代入（7.37）可得根据适应性预期假说推导出的总供给曲线

$$p_t = \phi y_t + a\sum_{i=-\infty}^{t-1}(1-a)^{t-i-1}p_i \qquad \textbf{(7.41)}$$

自然率假说

为简便，设总需求曲线为

$$p_t = m_t - y_t \qquad (7.42)$$

其中m_t为第 t 期的货币余额的对数。将上式与总供给曲线（7.37）$p_t = \phi y_t + p_t^e$联立，可解出均衡状态下的产出水平和价格水平分别为

$$y_t = \left(\frac{1}{1+\phi}\right)\left[m_t - p_t^e\right] \qquad (7.43)$$

$$p_t = \left(\frac{1}{1+\phi}\right)\left[\phi m_t + p_t^e\right] \qquad (7.44)$$

由于ϕ是正数，如果$p_t^e > 0$，附加预期时均衡状态下的产出和价格将分别低于和高于忽略预期时的水平。

就长期而言，稳态中的预期价格水平和预期通货膨胀率将不再发生变化。根据（7.38）式，此时的适应性预期已转变为完美预期。以式（7.35）的 Philips 曲线为例，稳态中的实际工资为一常数。由$p_t^e = p_t$可解出失业率恒为 0，Philips 曲线为垂直。垂直的 Philips 曲线所代表的失业率又被称为"自然失业率"。自然失业率的一个推论是长期的产出水平与通货膨胀率或价格水平无关，即长期的 Philips 曲线和总供给曲线也是一条垂线。

自然失业率假说与其推论被统称为自然率假说。它彻底否定了长期内失业与通货膨胀之间的替代关系，等于宣判了凯恩斯式的需求政策的无效。

通过计量检发现，美国的数据支持自然率假说，而英国的数据则正相反。

8．不完全名义调整的微观基础

名义工资和价格的缓慢调整是凯恩斯模型的中心。本章中给出三中解释。在 A 部分的模型中，生产者没有观察到总体价格水平，因此他们在不具有商品相对价格的完全知识下作出生产的决定，造成名义的不完美（nominal imperfection）。在 B 部分的模型中，由于并非所有的价格和工资都是在同时调整，所以货币的冲击会产生真实的影响。在 C 部分的模型中，货币的真实影响来源于名义调整中的小摩擦。

A 部分　Lucas 不完美信息模型

8.1　完美信息的情况

生产者的行为

在经济中有许多不同的产品。对一个生产产品 i 的代表性生产者而言，其个人生产

函数为

$$Q_i = L_i \tag{8.1}$$

其中 L_i 为劳动量，Q_i 为产量。个人的消费为

$$C_i = P_i Q_i / P = P_i L_i / P \tag{8.2}$$

其中 P 为所有商品的价格指数。

$$U_i = C_i - \frac{1}{\gamma} L_i^{\gamma} = \frac{P_i L_i}{P} - \frac{1}{\gamma} L_i^{\gamma}, \qquad \gamma > 1 \tag{8.3}$$

由效用函数的一阶条件（FOC）可得

$$L_i = \left(\frac{P_i}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \qquad 或 \qquad l_i = \frac{1}{\gamma-1}(p_i - p) \tag{8.4}$$

其中小写字母代表相应大写字母的对数。

需求

设对第 i 种商品的生产者的平均需求为

$$q_i = y + z_i - \eta(p_i - p), \qquad \eta > 0 \tag{8.5}$$

其中，y 为总实际需求的对数，z_i 为对商品 i 的需求冲击，η 为每种商品的需求弹性。对所有商品而言，z_i 具有零均值。

$$y = \bar{q}_i, \qquad p = \bar{p}_i \tag{8.6}$$

模型的总需求为

$$y = m - p \tag{8.7}$$

均衡

由（8.4）及（8.5）可得

$$\frac{1}{\gamma-1}(p_i - p) = y + z_i - \eta(p_i - p) \tag{8.8}$$

解出 $$p_i = \frac{\gamma-1}{1+\eta\gamma-\eta}(y + z_i) + p \tag{8.9}$$

对上式两边求均值，并注意 z_i 的均值为零，得

$$p = \frac{\gamma-1}{1+\eta\gamma-\eta} y + p \tag{8.10}$$

因此，均衡状态时有 $$y = 0 \tag{8.11}$$

代入总需求（8.7）式有 $$m = p \tag{8.12}$$

故，在这个模型中，货币是中性的。货币的增加不会影响真实的变量。

8.2　不完美信息的情况

生产者的行为

定义商品 i 的相对价格为 $r_i = p_i - p$，则

$$p_i = p + (p_i - p) = p + r_i \tag{8.13}$$

生产者完全基于 r_i 作出生产决定（参见式 8.4）。但生产者只能观察到 p_i，并从它推断出 r_i。

为了简化，Lucas 作了两个假设：

第一，生产者在推断的 r_i 下做出的决定与其在完全知道 r_i 时的决定完全相同。此即所谓的 " 确定性等价 "（certainty-equivalence）。则（8.4）式应改为

$$l_i = \frac{1}{\gamma - 1} E[r_i \mid p_i] \tag{8.14}$$

第二，生产者的预期是理性的，即 $E[r_i \mid p_i]$ 是在给出了 p_i 和 p_i 与 r_i 的联合概率分布时的数学期望。此即所谓的 " 理性预期 "。

由统计学的知识可知，由于 p_i 与 r_i 服从联合正态分布，$E[r_i \mid p_i]$ 有线性形式为

$$E[r_i \mid p_i] = \alpha + \beta p_i \tag{8.15}$$

在此例中，由 " 信号萃取 " 的技术可得

$$E[r_i \mid p_i] = -\frac{V_r}{V_r + V_p} E[p] + \frac{V_r}{V_r + V_p} p_i = \frac{V_r}{V_r + V_p}\left(p_i - E[p]\right) \tag{8.16}$$

将（8.16）代入（8.14）得

$$l_i = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{V_r}{V_r + V_p}\left(p_i - E[p]\right) \equiv b\left(p_i - E[p]\right) \tag{8.17}$$

将上式（8.17）对所有的生产者作平均，并代入（8.6）式 y 与 p 的定义得

$$y = b\left(p - E[p]\right) \tag{8.18}$$

此即所谓的 " Lucas 供给曲线 "。它说明了，产出对其正常状态（在本模型中为零）的偏离是价格水平给人的惊奇的增函数。

均衡

联立 Lucas 供给曲线（8.18）和总需求曲线（8.7）可解出

$$p = \frac{1}{1+b} m + \frac{b}{1+b} E[p] \tag{8.19}$$

$$y=\frac{b}{1+b}m-\frac{b}{1+b}E[p] \tag{8.20}$$

对（8.19）式两边取期望得

$$E[p]=\frac{1}{1+b}E[m]+\frac{b}{1+b}E[p] \ \Rightarrow E[p]=E[m] \tag{8.21}$$

利用（8.21）和 $m=E[m]+(m-E[m])$，（8.19）和（8.20）可写为

$$p=E[m]+\frac{1}{1+b}(m-E[m]) \tag{8.22}$$

$$y=\frac{1}{1+b}(m-E[m]) \tag{8.23}$$

式 (8.22) 与 (8.23) 显示了模型的最重要的含义：总需求中被观察到的部分，$E[m]$，只影响价格水平；总需求中没有被观察到的部分，$m-E[m]$，有真实的影响。

8.3 含义与局限

Philips 曲线和 Lucas 批评

Lucas 模型指出，未预期到的高总需求，既引起产出的提高，也导致高于预期的价格水平。因此，产出与通货膨胀之间有正相关。

设 m 服从一个带漂移的随机行走过程

$$m_t=m_{t-1}+c+u_t \tag{8.24}$$

其中，u 是白噪声。则 m_t 中被预期到的部分是 $m_{t-1}+c$，为被预期到的部分是 u_t。则（8.22）与（8.23）可写为

$$p_t=m_{t-1}+c+\frac{1}{1+b}u_t \tag{8.25}$$

$$y_t=\frac{b}{1+b}u_t \tag{8.26}$$

由（8.25）可得 $$p_{t-1}=m_{t-2}+c+\frac{1}{1+b}u_{t-1} \tag{8.27}$$

（8.25）减去（8.27）式可得通货膨胀率为

$$\pi_t=p_t-p_{t-1}=(m_{t-1}-m_{t-2})+\frac{1}{1+b}u_t-\frac{1}{1+b}u_{t-1} \quad [15]$$

$$=c+\frac{b}{1+b}u_{t-1}+\frac{1}{1+b}u_t \tag{8.28}$$

注意在（8.26）与（8.28）式中，u_t 前的系数都为正，又 u_t 与 u_{t-1} 之间不相关。故，模型显示产出与通胀之间有正的相关关系——Philips 曲线。

---

[15] 价格对数的差近似等于通胀率 $p_t-p_{t-1}=\ln\frac{P_t}{P_{t-1}}\cong\frac{P_t}{P_{t-1}}-1=\frac{P_t-P_{t-1}}{P_t}=\frac{\Delta P_t}{P_t}$

Lucas 模型分析的中心思想是：预期在许多宏观变量的联系关系中有重要的作用。政策的改变也会改变预期。所以，如果政策的制定者想利用统计得到的关系式的时候，通过预期的变化，这些关系本身会被破坏。这就是著名的' *卢卡斯批评* "(Lucas Critique)。

预料到的与未预料到的货币

只有未观察到的总需求冲击有真实的影响，有很强一个隐含的推论：只有政策制定者有不为公众所知的信息时，货币政策才能够稳定产出。

模型的困难

第一，在模型中为了产生足够大的就业波动，要求要存在一个相当大的短期劳动力供给弹性。而在现实中并没有证据显示有这样高的弹性。

第二，模型假定没有完美的信息。与当今社会中的实际情况不大一致。

B 部分　交错价格调整

8.4　一个包含不完全竞争和价格设定的模型

研究这个模型的原因有二：首先，不完全竞争本身就有一些有趣的宏观经济结果。其次，在本章后面的模型都关注于价格调整受阻的原因和结果。为此，我们需要一个模型来显示在价格调整不受阻碍时厂商会选择的价格，以及当价格偏离它时的后果。

假设

该模型与 A 部分中的模型类似：

$$q_i = y - \eta(p_i - p)，\qquad \eta > 1 \text{ [16]} \tag{8.29}$$

存在一个劳动力的市场。因此个人 i 的的收入分为利润收入 $(P_i - W)Q_i$，和劳动收入 WL_i。个人的效用函数为

$$U_i = C_i - \frac{1}{\gamma}L_i^{\gamma} = \frac{(P_i - W)Q_i + WL_i}{P} - \frac{1}{\gamma}L_i^{\gamma} \tag{8.30}$$

总需求为 $y = m - p$

个人的行为

将 $q_i = y - \eta(p_i - p)$ 变形为 $Q_i = Y(P_i/P)^{-\eta}$ [17] 并代入（8.30）得

$$U_i = \frac{(P_i - W)Y(P_i/P)^{-\eta} + WL_i}{P} - \frac{1}{\gamma}L_i^{\gamma} \tag{8.31}$$

（8.31）对 P_i 的一阶条件可得 $$\frac{P_i}{P} = \frac{\eta}{\eta - 1}\frac{W}{P} \tag{8.32}$$

（8.31）对 L_i 的一阶条件可得 $$L_i = \left(\frac{W}{P}\right)^{1/(\gamma-1)} \tag{8.33}$$

[16] $\eta > 1$是为了保证有一个利润最大化的价格存在。z_i在本模型中被省略了。

[17] 注意，这里的 Y 表示的是对每个工人的平均总产出。

均衡

由于对称性，在均衡状态时，所有人的劳动力提供量相等。因此，平均总产出应等于这个共同的劳力力提供量，即$Y = L = L_i$。故由（8.33）可得

$$\frac{W}{P} = Y^{\gamma-1} \tag{8.34}$$

将（8.34）代入（8.32）得每个生产者选择的相对价格为

$$\frac{P_i^*}{P} = \frac{\eta}{\eta-1} Y^{\gamma-1} \tag{8.35}$$

写成对数形式为

$$p_i^* - p = \ln\frac{\eta}{\eta-1} + (\gamma-1)y \equiv c + \phi y \tag{\textbf{8.36}}$$

由于生产者都是一样的，因此他们索要的价格都应相同，即他们的相对价格都为 1。由（8.35）及总需求$Y = M/P$可以解出，在均衡时

$$Y = \left(\frac{\eta-1}{\eta}\right)^{1/(\gamma-1)} \tag{8.37}$$

$$P = \frac{M}{\left(\frac{\eta-1}{\eta}\right)^{1/(\gamma-1)}} \tag{8.38}$$

模型的分析

第一，当生产者拥有市场力量时，他们的生产量低于社会最优的生产量。因此，繁荣使产出更接近社会最优值，而衰退则使产出远离社会最优。第二，再不完全竞争下，价格的制定有外部性，这些外部性是通过对商品的总需求来是体现的，因此被称之为' 总需求外部性 "（Aggregate Demand Externality）。第三，不完全竞争不足以说明货币的非中性。

在以下的章节中，式（8.36）非常重要，具有普适性。价格设定者的设定价格是总需求的增函数，对于灵活价格均衡的稳定十分重要。将$y = m - p$代入（8.36）得

$$p_i^* = c + (1-\phi)p + \phi m \tag{8.39}$$

如果$\phi < 0$， p的增长将引起p_i^*超过 1：1 的增长，均衡将不稳定。

8.5 预先设定的价格

框架与假设

现在我们进入 Fischer 的交替价格调整的模型。于 8.4 小节不同的是，在每一期中，一半的价格设定者设定他们下两期的价格（两期的价格可以不同）。确定性等价假设。

将（8.39）中的常数正规化为 0，则

$$p_{it}^{*}=\phi m_t+(1-\phi)p_t \tag{8.40}$$

模型的求解

平均价格为

$$p_t=\tfrac{1}{2}\left(p_t^1+p_t^2\right) \tag{8.41}$$

其中 p_t^1 为在 $t-1$ 期设定价格的个人为 t 期设定的价格。 p_t^2 为在 $t-2$ 期设定价格的个人为 t 期设定的价格。

由确定性等价假设

$$p_t^1=E_{t-1}p_{it}^{*}=\phi E_{t-1}m_t+(1-\phi)\tfrac{1}{2}\left(p_t^1+p_t^2\right) \tag{8.42}$$

$$p_t^2=E_{t-2}p_{it}^{*}=\phi E_{t-2}m_t+(1-\phi)\tfrac{1}{2}\left(E_{t-2}p_t^1+p_t^2\right) \tag{8.43}$$

其中 $E_{t-\tau}$ 定义为对于 $t-\tau$ 期信息的条件期望。

从（8.42）中解出

$$p_t^1=\frac{2\phi}{1+\phi}E_{t-1}m_t+\frac{1-\phi}{1+\phi}p_t^2 \tag{8.44}$$

由于预期是理性的，因此对（8.44）两边取 $t-2$ 的条件期望也应相等，有

$$E_{t-2}p_t^1=\frac{2\phi}{1+\phi}E_{t-2}m_t+\frac{1-\phi}{1+\phi}p_t^2 \tag{8.45}$$ [18]

将（8.45）代入（8.43）可以解出

$$p_t^2=E_{t-2}m_t \tag{8.46}$$

将（8.46）代入（8.44）可得

$$p_t^1=E_{t-2}m_t+\frac{2\phi}{1+\phi}\left(E_{t-1}m_t-E_{t-2}m_t\right) \tag{8.47}$$

最后，将上两式（8.46）与（8.47）代入 $p_t=\tfrac{1}{2}\left(p_t^1+p_t^2\right)$ 与 $y=m-p$ 得

$$p_t=E_{t-2}m_t+\frac{\phi}{1+\phi}\left(E_{t-1}m_t-E_{t-2}m_t\right) \tag{8.48}$$

$$y_t=\frac{1}{1+\phi}\left(E_{t-1}m_t-E_{t-2}m_t\right)+\left(m_t-E_{t-1}m_t\right) \tag{8.49}$$

模型的分析

方程（8.49）给出了模型最中心的结论：第一，没有预期到的总需求波动有真实的效应。第二，也是关键的一点，在价格被设定之后被预期到的总需求波动也会影响产出。

[18] $E_{t-2}E_{t-1}m_t=E_{t-2}m_t$ 称为迭代射影原理（law of iterated projections）。

由前两点可见，政策是可以稳定经济的。第三，产出并不依赖与 $E_{t-2}m_t$，即是说，所有价格设定者有机会去反应的总需求信息都不能影响产出。

8.6　固定的价格

模型

设在价格被设定时，两期的价格应相等。即价格不光是预设的，还是固定的。

为了简化模型的求解，作两个小改变如下：一，生产者在 t 期设定 t+1 和 t+2 期的价格；二，m 服从随机行走过程（u 为白噪声）

$$m_t = m_{t-1} + u_t \tag{8.50}$$

定义 x_t 为个人在 t 期设定的价格，由（8.40） $p_{it}^* = \phi m_t + (1-\phi)p_t$ 有

$$x_t = \tfrac{1}{2}\left(p_{it}^* + p_{it+1}^*\right) = \tfrac{1}{2}\left\{\left[\phi m_t + (1-\phi)p_t\right] + \left[\phi E_t m_{t+1} + (1-\phi)E_t p_{t+1}\right]\right\} \tag{8.51}$$

由于每期只有一半的人设定价格，因此 p_t 是 x_t 和 x_{t-1} 的平均数。又 $E_t m_{t+1} = m_t$。将其代入（8.51）得

$$x_t = \phi m_t + \tfrac{1}{4}(1-\phi)\left(x_{t-1} + 2x_t + E_t x_{t+1}\right) \tag{8.52}$$

解出

$$x_t = A\left(x_{t-1} + E_t x_{t+1}\right) + (1-2A)m_t \tag{8.53}$$

$$A \equiv \frac{1}{2}\frac{1-\phi}{1+\phi} \tag{8.54}$$

使用待定系数法或滞后算子（lag operators），可以解出

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \frac{1+\lambda}{2}u_t \tag{\textbf{8.55}}$$

其中，$$\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1-4A^2}}{2} \tag{8.56}$$

模型的分析

式（8.55）是模型最重要的结论。由于 λ 为正（$\phi < 1$），模型说明总需求的冲击有长时间持续的影响。即使在所有价格设定者都调整了价格之后，影响仍存在。

Taylor 模型与通胀惯性

将 $p^* = p + \phi y$ 代入（8.51）得

$$\begin{aligned} x_t &= \tfrac{1}{2}\left(p_{it}^* + p_{it+1}^*\right) = \tfrac{1}{2}\left(p_t + \phi y_t + E_t p_{t+1} + \phi E_t y_{t+1}\right) \\ &= \tfrac{1}{2}\left[\tfrac{1}{2}\left(x_{t-1} + x_t\right) + \phi y_t + \tfrac{1}{2}\left(x_t + E_t x_{t+1}\right) + \phi E_t y_{t+1}\right] \end{aligned} \tag{8.57}$$

解出 $$x_t = \frac{1}{2}\left(x_{t-1} + E_t x_{t+1}\right) + \phi\left(y_t + E_t y_{t+1}\right) \tag{8.58}$$

将（8.58）两边乘以 2，在减去 $x_{t-1} + x_t$，并定义 $\pi_t^x = x_t - x_{t-1}$ 得

$$\pi_t^x = E_t \pi_{t+1}^x + 2\phi\left(y_t + E_t y_{t+1}\right) \tag{8.59}$$

定义 $u_{t+1} \equiv \pi_{t+1}^x - E_t \pi_{t+1}^x$，得

$$\pi_{t+1}^x = \pi_t^x - 2\phi\left(y_t + E_t y_{t+1}\right) + u_{t+1} \tag{8.60}$$

式（8.60）中，y 前的系数符号为负。这说明：在该模型中，高水平的产出将和通胀的下降相联系。反之，低于正常水平的产出将伴随着通胀的上升。

8.7 Caplin-Spulber 模型

Caplin-Spulber 模型为一个状态决定调价的模型。

模型关键的假设是，价格设定者遵循一个"Ss 调价规则"。即，无论何时调价，价格都被调至 $p_i - p_i^* = S$。该价格被保持，直至 $p_i - p_i^* < s$ 时再次调价。m 的变化是连续的；对所有价格设定者价格 $p_i - p_i^*$ 在 s 到 S 间均匀分布。

假设 m 增加 $\Delta m < S - s$。则对每个价格设定者而言，最优价格增加 $(1-\phi)\Delta p + \phi \Delta m$。而调价的人所占的比例为 $\left[(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m\right]/(S-s)$，每人的调价幅度为 $S-s$。因此

$$\Delta p = \frac{(1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m}{S-s}(S-s) = (1-\phi)\Delta p + \phi\Delta m \tag{8.61}$$

由上式可得 $\Delta p = \Delta m$。货币的变化对总需求没有影响。

在 Caplin-Spulber 模型中货币中性这一结论不具有鲁棒性。这一模型的重要性在于：一、它引入了一种状态决定的调价方式；二、它展示了微观与宏观刚性之间的联系是复杂的的另一种原因。

C 部分　新凯恩斯经济学

A 部分与 B 部分中介绍的模型在解释总需求冲击的真实效应时并不能令人满意。这些模型都假定存在一些行为人可以很容易克服的不完美。

在新凯恩斯的观点看来，在微观上很小的名义摩擦在宏观上有很大的效应。

第三部分　消费、投资与失业

9．消费

9.1　确定条件下的消费：生命周期/持久收入假说

假设

每人生活 T 期，利息率为零，其初始财富为 A_0。

$$U=\sum_{t=1}^{T}u(C_t)\,,\quad u'(\bullet)>0\,,\quad u''(\bullet)<0 \tag{9.1}$$

$$\sum_{t=1}^{T}C_t\le A_0+\sum_{t=1}^{T}Y_t \tag{9.2}$$

行为

$$L=\sum_{t=1}^{T}u(C_t)+\lambda\left(A_0+\sum_{t=1}^{T}Y_t-\sum_{t=1}^{T}C_t\right) \tag{9.3}$$

解出　$C_t=\dfrac{1}{T}\left(A_0+\sum_{t=1}^{T}Y_t\right)$　对所有的 t　**(9.4)**

分析

个人在某期的消费并非决定于该期的收入，而是决定与他整个生命期间中的收入。（9.4）式右边被称为 " 持久收入 "（permanent income），而当期收入与持久收入之间的差称为 " 暂时收入 "（transitory income）。消费是决定于持久收入的。

$$S_t=Y_t-C_t=\left(Y_t-\frac{1}{T}\sum_{\tau=1}^{T}Y_\tau\right)-\frac{1}{T}A_0 \tag{9.5}$$

当当期收入高于持久收入时，个人储蓄为正，反之则为负。这是生命周期/持久收入假说的关键。

在生命周期/持久收入假说中，储蓄是未来的消费。

实证应用：理解估计的消费函数

$$C_i=a+bY_i+e_i \tag{9.6}$$

$$\hat{b}=\frac{\mathrm{cov}(Y,C)}{\mathrm{var}(Y)}=\frac{\mathrm{cov}(Y^P+Y^T,Y^P)}{\mathrm{var}(Y^P+Y^T)}=\frac{\mathrm{var}(Y^P)}{\mathrm{var}(Y^P)+\mathrm{var}(Y^T)} \tag{9.7}$$

$$\hat{a}=\overline{C}-\hat{b}\overline{Y}=\overline{Y}^{P}-\hat{b}\left(\overline{Y}^{P}+\overline{Y}^{T}\right)=\left(1-\hat{b}\right)\overline{Y}^{P} \tag{9.8}$$ [19]

以上的回归可以解释美国中白人和黑人消费函数的差异。无论对白人还是黑人，持久收入与暂时收入的方差之比均差不多。然而，白人的持久收入高于黑人的。因此，二者的消费函数表现为，斜率相等，但黑人的消费函数的截距小于白人的。

9.2 不确定下的消费：随机行走假说

个人的行为

$$E[U]=E\left[\sum_{t=1}^{T}\left(C_t-\frac{a}{2}C_t^2\right)\right],\quad a>0 \tag{9.9}$$ [20]

在达到最优时，各期的即期边际效用应相等

$$1-aC_1=E_1[1-aC_t]=1-aE_1[C_t],\qquad t=2,3,\ldots,T \tag{9.10}$$

即 $C_1=E_1[C_t]$，$\qquad t=2,3,\ldots,T$ (9.11)

将预算约束（9.2）取等号并取两边的期望得

$$\sum_{t=1}^{T}E_1[C_t]=A_0+\sum_{t=1}^{T}E_1[Y_t] \tag{9.12}$$

由（9.11）有 $TC_1=\sum_{t=1}^{T}E_1[C_t]$，代入上式（9.12）并两边除以 T 得

$$C_1=\frac{1}{T}\left(A_0+\sum_{t=1}^{T}E_1[Y_t]\right) \tag{9.13}$$

分析

（9.11）式说明下一期的预期消费等于当期消费。由于当期的消费是随机波动的，所以消费的变化是不可预测的。

$$C_t=E_{t-1}[C_t]+e_t \tag{9.14}$$

其中 $E_{t-1}[e_t]=0$，由（9.11）有 $E_{t-1}[C_t]=C_{t-1}$，则

$$\boxed{C_t=C_{t-1}+e_t} \tag{9.15}$$

在生命周期/持久收入假说下，消费服从一个<u>随机行走过程</u>。

可以推导出

$$C_2=C_1+\frac{1}{T-1}\left(\sum_{t=2}^{T}E_2[Y_t]-\sum_{t=2}^{T}E_1[Y_t]\right) \tag{9.16}$$

---

[19] (9.7)和(9.8)的推导用到了以下假定：$C=Y^P$，$Y=Y^P+Y^T$，Y^P 与 Y^T 不相关，Y^T 均值为零。

[20] 这里将即期效用函数设为二次型。其边际效用为线性形式，有 $u'(C_1)=E_1[u'(C_2)]\ \Rightarrow u'(C_1)=u'(E_1[C_2])$，从而这种效用函数可以使个人的行为具有 " 确定等价 " 性质。

由随机行走假说可得，在 t-1 期的信息不能够预测从 t-1 期到 t 期的消费变化。该假说的最关键的预测是：收入的可预测的变化与消费的可预测变化是不相关的。然而，实证的检验并不支持这一结论。虽然从 " 流动性约束 "（liquidity constraints）可以解释，但实证的检验也不支持流动性约束这一假设。

9.3 利息率与储蓄

利息率与消费增长

引入恒定的利息率 r，预算约束为

$$\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+r)^t}C_t \le A_0+\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+r)^t}Y_t \tag{9.17}$$

引入贴现率 ρ，及 CRRA 效用函数

$$U=\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+\rho)^t}\frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} \tag{9.18}$$

在最优的情况下，在当期减少一个微小的消费量并用其来增加下一期的消费，应使真个生命期间的效用不变。

$$\frac{1}{(1+\rho)^t}\frac{C_t^{-\theta}}{1-\theta}=(1+r)\frac{1}{(1+\rho)^{t+1}}\frac{C_{t+1}^{-\theta}}{1-\theta} \tag{9.19}$$

得 $$\frac{C_{t+1}}{C_t}=\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^{1/\theta} \tag{9.20}$$

式（9.20）显示，当利息率与贴现率不等时，消费将不再是随机行走。消费将因利息率大于或小于贴现率而增长或降低。

9.4 消费与风险资产

个人最优化的条件

在最优的情况下，在 t 期减少一个微小的消费量并用其来增加 t+1 期的消费，应使真个生命期间的预期效用不变。即

$$u'(C_t)=\frac{1}{1+\rho}E_t\left[\left(1+r_{t+1}^i\right)u'(C_{t+1})\right],\qquad \text{对所有的}\, i \tag{9.21}$$

其中 r^i 是第 i 种资产的回报率。上式可化为，对所有的 i

$$u'(C_t)=\frac{1}{1+\rho}\left\{E_t[1+r_{t+1}^i]E_t[u'(C_{t+1})]+\mathrm{cov}_t\left(1+r_{t+1}^i,u'(C_{t+1})\right)\right\} \tag{9.22}$$

设效用函数为二次函数 $u(C)=C-aC^2/2$，则 $u'(C)=1-aC$，代入上式得

$$u'(C_t)=\frac{1}{1+\rho}\left\{E_t[1+r_{t+1}^i]E_t[u'(C_{t+1})]-a\operatorname{cov}_t\left(1+r_{t+1}^i,C_{t+1}\right)\right\} \tag{9.23}$$

资产回报率的方差并没有出现在（9.23）中。因此，个人在决定是否持有更多某种资产时，他并不关心该资产的风险有多大。他只考虑该资产的预期回报率。此外，由（9.23）可见，当个人增持与其消费相关关系小的资产时，他的预期效用会增加[21]。故个人的持有资产组合（portfolio）应将风险分散。

消费 CAPM

从（9.23）中解出预期回报率为

$$E_t[1+r_{t+1}^i]=\frac{1}{E_t[u'(C_{t+1})]}\left[(1+\rho)u'(C_t)+a\operatorname{cov}_t\left(1+r_{t+1}^i,C_{t+1}\right)\right] \tag{9.24}$$

考虑无风险资产，它与消费的协方差为 0，则

$$1+\bar{r}_{t+1}=\frac{(1+\rho)u'(C_t)}{E_t[u'(C_{t+1})]} \tag{9.25}$$

代入（9.24）得

$$E_t[r_{t+1}^i]-\bar{r}_{t+1}=\frac{a\operatorname{cov}_t\left(1+r_{t+1}^i,C_{t+1}\right)}{E_t[u'(C_{t+1})]} \tag{9.26}$$

式（9.26）说明，相对无风险资产，风险资产的回报溢价正比与它的回报率与消费的协方差。这种预期资产回报的决定模型称为" 消费资本资产定价模型 "（consumption capital-asset pricing model），或称为" 消费 CAPM "（consumption CAPM）。资产的回报率与消费的协方差被称为" 消费贝塔 "（consumption beta）。

实证应用：等溢价问题（The Equity-Premium Puzzle）

对欧拉方程（9.21），设效用函数为 CRRA，则有

$$C_t^{-\theta}=\frac{1}{1+\rho}E_t\left[\left(1+r_{t+1}^i\right)C_{t+1}^{-\theta}\right] \tag{9.27}$$

即 $$1+\rho=E_t\left[\left(1+r_{t+1}^i\right)\frac{C_{t+1}^{-\theta}}{C_t^{-\theta}}\right] \tag{9.28}$$

令 g_{t+1}^C 为从 t 期到 t+1 期的消费增长率 $\left(C_{t+1}/C_t\right)-1$，并省去时间下标得

$$E\left[\left(1+r^i\right)\left(1+g^C\right)^{-\theta}\right]=1+\rho \tag{9.29}$$

对上式左边在 $r=g=0$ 处用二阶 Taylor 展开

$$(1+r)(1+g)^{-\theta}\approx 1+r-\theta g-\theta gr+\tfrac{1}{2}\theta(\theta+1)g^2 \tag{9.30}$$

则（9.29）可化为

$$E[r^i]-\theta E[g^C]-\theta\left\{E[r^i]E[g^C]+\operatorname{cov}(r^i,g^C)\right\}$$

[21] 准确的说法是：个人应避免持有回报率与自己的消费的其它风险来源有相关关系的资产。

$$+\tfrac{1}{2}\theta(\theta+1)\left\{\left(E[g^C]\right)^2+\mathrm{var}(g^C)\right\}\approx\rho \tag{9.31}$$

当时间段很短时 $E[r^i]E[g^c]$ 与 $\left(E[g^c]\right)^2$ 对其它项相对而言很小，可以省略，得

$$E[r^i]\approx\rho+\theta E[g^c]+\theta\,\mathrm{cov}(r^i,g^c)-\tfrac{1}{2}\theta(\theta+1)\mathrm{var}(g^c) \tag{9.32}$$

对无风险资产而言

$$\bar{r}\approx\rho+\theta E[g^c]-\tfrac{1}{2}\theta(\theta+1)\mathrm{var}(g^c) \tag{9.33}$$

代入（9.32）得

$$E[r^i]-\bar{r}\approx\theta\,\mathrm{cov}(r^i,g^c) \tag{9.34}$$

实证结果与（9.34）有很大差距。计量结果是 $\theta=25$，大得不符合实际情况。此即所谓的 " 等溢价问题 "。

9.5 超越持久收入假说

预防性储蓄

令 $u'''(\bullet)>0$，则 $u'(\bullet)$ 为凸函数。在未来预期收入不变的情况下，如果未来的收入的不确定性增加，则未来的消费的边际效用也会增大。因此相应的，个人会减少当期消费而增大未来的消费，从而增加储蓄。这种储蓄称为 " 预防性储蓄 "（precautionary saving）。

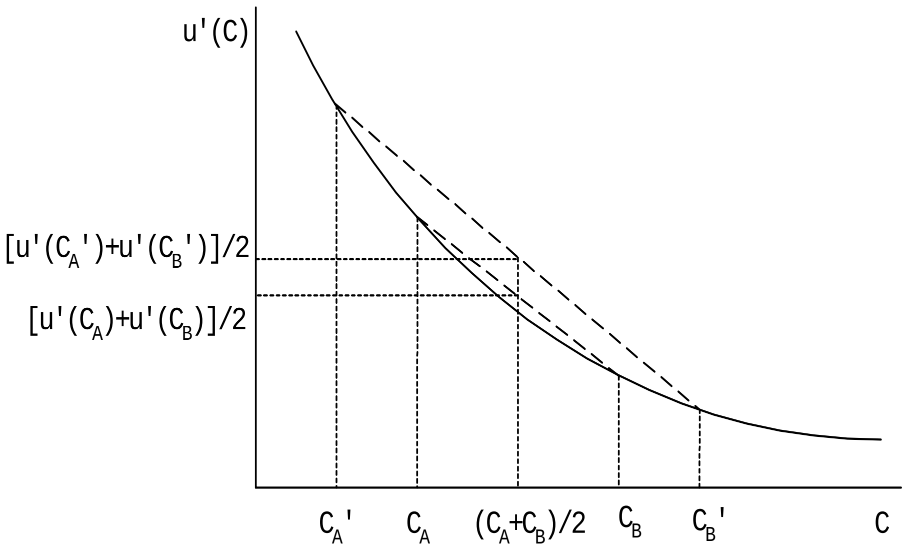

图 9.1 三阶导数为正的效用函数对期望边际效用的影响

见图 9.1。在此图中考虑未来只有两种收入可能的情况。两种情况出现的概率都为 50%。在未来预期收入不变都为 $(C_A+C_B)/2$ 的情况下，未来收入的不确定性增加（从 C_A 与 C_B 变为 C_A'与 C_B'），则未来的预期边际效用会增大。因此为了优化自己整个生命期间的效用，个人会增大未来的消费，从而增大储蓄。

流动性约束

流动性约束通过两种途径增加储蓄：一、当消费受流动性约束限制时，个人的消费会低于他意愿的消费量；二、即使流动性约束并为达到，但它可能在未来达到的事实会减少当期的消费。

考虑一个三期模型。令 A_t 为个人在第 t 期末的资产。效用函数为二次函数。[22]

首先分析第二期的消费。个人在后两期的效用是

$$U=\left(C_2-\tfrac{1}{2}aC_2^2\right)+E_1\left[C_3-\tfrac{1}{2}aC_3^2\right]$$

$$=\left(C_2-\tfrac{1}{2}aC_2^2\right)+E_1\left[\left(A_1+Y_2+Y_3-C_2\right)-\tfrac{1}{2}a\left(A_1+Y_2+Y_3-C_2\right)^2\right] \tag{9.35}$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_2}=a\left(\left(A_1+Y_2+E_2[Y_3]-2C_2\right)\right) \tag{9.36}$$

在考虑流动性约束后，第二期的消费为

$$C_2=\min\left\{\frac{A_1+Y_2+E_2[Y_3]}{2},A_1+Y_2\right\} \tag{9.37}$$

即如果流动性约束达到，则它会降低消费。

再分析第一期的消费。设在第一期流动性约束并未达到。由（9.11）有

$$C_1=E_1[C_2] \tag{9.38}$$

但如果第二期的流动性约束达到，则第二期的预期消费将严格小于 $\left(A_1+Y_2+E_2[Y_3]\right)/2$，从而

$$C_1<\frac{A_1+Y_2+E_2[Y_3]}{2}=\frac{A_0+Y_1+E_1[Y_2]+E_1[Y_3]-C_1}{2} \tag{9.39}$$

[23]

即 $$C_1<\frac{A_0+Y_1+E_1[Y_2]+E_1[Y_3]}{3} \tag{9.40}$$

即使在当期流动性约束并未达到，但它在将来有可能达到的可能性会降低消费。

对完全最优的偏离

个人可以无成本的最优化这一假设是有效的建模工具，但它不能很好地解释人的行为。个人在最优化时会面对复杂的计算、不确定性等困难。因此在考虑了优化的成本后，消费时他们会采用简便的判断准则，从而使消费偏离最优化的消费路径。

[22] 由于当期与未来的流动性约束都可能影响消费，要完全解出模型需要使用数值方法。

[23] 这里用到了 $A_1=A_0+Y_1-C_1$，及迭射影原理 $E_1[E_2[Y_3]]=E_1[Y_3]$

10．投资

A 部分　确定情况下的投资理论

10.1　加速原理

加速原理

在古典投资理论中，投资和储蓄在资本市场上通过利率的调节达到平衡。因此，投资被认为是利率的函数，两者负相关，利率的变化通过资本市场对投资产生影响。

与古典投资理论不同，加速原理认为投资主要由产出的变化决定。

设厂商的生产函数为　$Y = F(K,L)$

资本相对于产品的价格为 P，工资为 W，资本的租赁价格为 $(r+\delta)P$。则

$$\max F(K,L) - (r+\delta)PK - WL \tag{10.1}$$

解出　$$F_K = (r+\delta)P \tag{10.2}$$

假设资本的产出弹性 $\alpha = F_K K/Y$ 为常数。则

$$K = \frac{\alpha}{(r+\delta)P} Y \quad \Rightarrow K_t = \theta Y_t \tag{10.3}$$

又　$$K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t \tag{10.4}$$

则　$$I_t = \theta[Y_{t+1} - (1-\delta)Y_t] \tag{\textbf{10.5}}$$

一般 θ 是大于 1 的常数。因此，产出的微小波动可能会引起投资的较大变化，这为经济周期中投资的剧烈变动提供了一个解释。在投资大于 0 的情况下，由比较静态可知

$$\frac{\partial I_t}{\partial \alpha} > 0, \qquad \frac{\partial I_t}{\partial P} < 0, \qquad \frac{\partial I_t}{\partial r} < 0 \tag{10.6}$$

弹性加速原理

Chenery 和 Koyck 提出了弹性加速模型（Flexible Accelerator Model）。这种投资理论更加注重投资的形成过程。K_t^* 与 K_t 分别表示厂商的意愿资本存量和实际资本存量。

$$K_t - K_{t-1} = \lambda(K_t^* - K_{t-1}) \tag{\textbf{10.7}}$$

其中，λ 为常数，$\lambda \in (0,1)$。迭代消去 K_{t-1} 等后得

$$K_t = \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i K_{t-i}^* \tag{10.8}$$

$$I_t = \lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i \left[K^*_{t-i+1} - (1-\delta)K^*_{t-i}\right] \tag{10.9}$$

假设意愿资本存量由（10.3）决定，则

$$I_t = \theta\lambda \sum_{i=0}^{\infty} (1-\lambda)^i \left[Y_{t+1} - (1-\delta)Y_t\right] \tag{10.10}$$

10.2 新古典投资理论

加速原理由一定的微观基础，对数据也有相当的解释力。但它由两个大缺陷：首先，厂商在大多数情况下是资本的所有者，资本租赁价格这概念不具很强的现实意义；其次，由于没有考虑长期利润，厂商的跨期最优选择行为被排除在加速原理之外。

下面介绍由 Jorgenson 首先提出的，以长期利润最大化为目标的厂商最优投资行为的新古典投资理论。

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t \tag{10.11}$$

厂商未来所有现金流的现值为

$$W \equiv \int_0^{\infty} e^{-it}\left[F(K_t, L_t) - wL_t - p_K I_t\right] dt \tag{10.12}$$

厂商选择劳力流$\{L_t\}$和投资流$\{I_t\}$最大化W。K_t是状态变量。其中，产品的价格设为1，工资与资本价格均为相对产品的相对价格。

此问题的现值 Hamilton 函数为 [24]

$$\begin{aligned} H &\equiv \left[F(K_t, L_t) - wL_t - p_K I_t\right] + \lambda_t\left(I_t - \delta K_t\right) \\ &= F(K_t, L_t) - wL_t - \delta\lambda_t K_t + \left(\lambda_t - p_K\right) I_t \end{aligned} \tag{10.13}$$

由 Pontryagin 极大值原理可得最优控制的必要条件为：

$$\dot{K}_t = \frac{\partial H}{\partial \lambda_t}\text{，即}\dot{K}_t = I_t - \delta K_t \tag{10.14}$$

$$\dot{\lambda}_t = i\lambda_t - \frac{\partial H}{\partial K_t}\text{，即}\dot{\lambda}_t = (i+\delta)\lambda_t - F_K \tag{10.15}$$

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_t e^{-it} K_t = 0 \quad \text{（横截条件）} \tag{10.16}$$

H 关于I_t最大化有：如果$\lambda_t > p_K$，$I_t \to \infty$；如果$\lambda_t < p_K$，$I_t \to -\infty$。表明I_t的最优值是无界的。

Jorgenson 采用的方法是：

---

[24]无限期界最优控制问题的解法可参看《经济学中的分析方法》，高山晟，人民大学出版社，第 10 章

$$\frac{\partial H}{\partial L_t} = 0 \Rightarrow F_L = w \tag{10.17}$$

$$\frac{\partial H}{\partial I_t} = 0 \Rightarrow \lambda_t = p_K \tag{10.18}$$

将（10.18）代入（10.15）得

$$F_K = ip_K + \delta p_K - \dot{p}_K \tag{10.19}$$

式（10.19）是新古典投资理论的关键。等式左边代表资本的边际收益。右边代表资本的边际成本，由机会成本、折旧和资本增值三部分组成。

已知厂商初始资本，并代入横截条件就可以解出 I 和 K 的路径。

假设资本价格为常数为 P，资本的产出弹性为常数 α，则可以解出

$$K_t = \frac{\alpha}{(r+\delta)P} Y_t \tag{10.20}$$

可见，只要资本价格不变，新古典投资理论与加速原理得出的结论就是完全一致的。

10.3 基线模型

上两小节中给出一个的模型可以总结为一个有关投资的基线模型。

意愿的资本存量

设企业可以以 r_K 租用资本。则其利润为

$$\pi(K, X_1, X_2, \ldots, X_n) - r_K K,\quad \pi_K > 0,\ \pi_{KK} < 0 \tag{10.21}$$

其中 X 为外生给定的变量，包含产品的售价和其它投入的价格。

企业利润最大化的 FOC 条件为

$$\pi_K(K, X_1, X_2, \ldots, X_n) = r_K \tag{10.22}$$

$$\frac{\partial K(r_K, X_1, X_2, \ldots, X_n)}{\partial r_K} = \frac{1}{\pi_{KK}(K, X_1, X_2, \ldots, X_n)} \tag{10.23}$$

资本的使用成本

$$r_K(t) = r(t)p_K(t) + \delta p_K(t) - \dot{p}_K(t) = \left[r(t) + \delta - \frac{\dot{p}_K(t)}{p_K(t)}\right]p_K(t) \tag{10.24}$$

其中 r_K 是资本的使用成本（user cost of capital），r 是真实利息率，$p_K(t)$ 是资本的真实市场价格，δ 是折旧率，$\dot{p}_K(t)$ 是资本市场价格的变化。

基线模型的问题

厂商得最优投资水平取决于外生给定的产出水平，这显然与完全竞争假设矛盾。在模型中，企业的意愿资本存量是外生变量的光滑函数。外生变量的离散变化引起意愿资本存量的离散变化。而离散的资本存量的变化要求投资的速率为无穷大。因此，此时无法确定厂商得

最优投资水平。另外，这个模型并没有显示任何期望对投资需求产生影响的机制，与实际情况不符。

为得到贴近现实的模型，需要在模型中引入改变资本的成本。这样的成本有两种：内部调整成本，即企业内部因调整资本存量所直接产生的成本；外部调整成本，即所有的企业都面对一个极富弹性的资本供给，但由于资本的相对价格的调整而使厂家不愿以无限的速率投资或减资。

10.4 有调整成本的投资模型

假设

经济中有 N 个完全相同的厂商，某代表厂商的资本存量为 $k(t)$，全社会的资本存量为 $K(t)$，该厂商的利润为

$$\pi(t)=\pi(K(t))k(t)\,,\quad \pi'(\bullet)<0 \tag{10.25}$$

资本的调整成本 $C(\dot{k})$ 是厂商资本调整速率 $\dot{k}$ 的凸函数。有

$$C(0)=0\,,\quad C'(0)=0\,,\quad C''(\bullet)>0$$

资本品的购买价格为 1，即只有内部调整成本。折旧为 0，即 $\dot{k}(t)=I(t)$。

厂商的优化问题

由假设知，在某时点厂商的利润为 $\pi(K)k-I-C(I)$。厂商的优化目标为

$$\Pi=\int_{t=0}^{\infty}e^{-rt}\left[\pi(K(t))k(t)-I(t)-C(I(t))\right]dt \tag{10.26}$$

这是一个最优控制问题，控制变量是 $I(t)$，状态变量是 $k(t)$，状态方程是 $\dot{k}(t)=I(t)$。则现值 Hamiltonian 函数为

$$H(k(t),I(t),q(t))=\pi(K(t))k(t)-I(t)-C(I(t))+q(t)I(t) \tag{10.27}$$

由控制方程 $\dfrac{\partial H}{\partial I}=0$ 得 $1+C'(I(t))=q(t)$ (10.28)

由伴随方程 $\dfrac{\partial H}{\partial k}=rq-\dot{q}$ 得 $\pi(K(t))=rq(t)-\dot{q}(t)$ (10.29)

横截条件 $\lim\limits_{t\to\infty}e^{-rt}q(t)k(t)=0$ (10.30)

由（10.29）式可得

$$q(t)=\int_{\tau=t}^{T}e^{-r(\tau-t)}\pi(K(\tau))d\tau+e^{-r(\tau-t)}q(T) \tag{10.31}$$

由横截条件可得

$$q(t)=\int_{\tau=t}^{\infty}e^{-r(\tau-t)}\pi(K(\tau))d\tau \qquad \textbf{(10.32)}$$

（10.32）式说明，1 单位资本在一给定时间上的价值等于未来边际收益产品的贴现值。

10.3　托宾的 q

由前一小节的分析可知，q 总结了所有对唱商投资决策有重要意义的未来信息。q 是 1 单位资本的市场价值。

资本的市场价值与资本的重置成本之比被称为托宾的 q。对投资来说重要的是边际 q——1 单位边际资本的市场价值与 1 单位边际资本的重置成本之比。但是边际 q 是一个无法观测的变量。最接近边际 q 的定义同时又可以被观测到的变量就是，企业的市场价值与重置成本之间的笔，通常被称为平均 q。但是，简单的替代削弱了经验研究结论的可信性。

大量的经验研究表明，托宾 q 对于厂商投资行为的解释能力是令人失望的。

10.4　分析模型

由（10.28）式知 I 是 q 的增函数，q 为 1 时 I 为 0。行业中的所有厂商都相同，共有 N 家。

$$\dot{K}(t)=f(q(t)),\qquad f(1)=0,\qquad f'(\bullet)>0 \tag{10.33}$$

其中　$f(q)\equiv NC'^{-1}(q-1)$　(10.34)

又（10.29）可化为

$$\dot{q}(t)=rq(t)-\pi(K(t)) \tag{10.35}$$

则　$\dot{K}=0\Rightarrow NC'^{-1}(q-1)=0\Rightarrow q=1$　(10.36)

$$\dot{q}=0\Rightarrow q=\pi(K)/r \tag{10.37}$$

将（10.36）与（10.37）画在相图中得

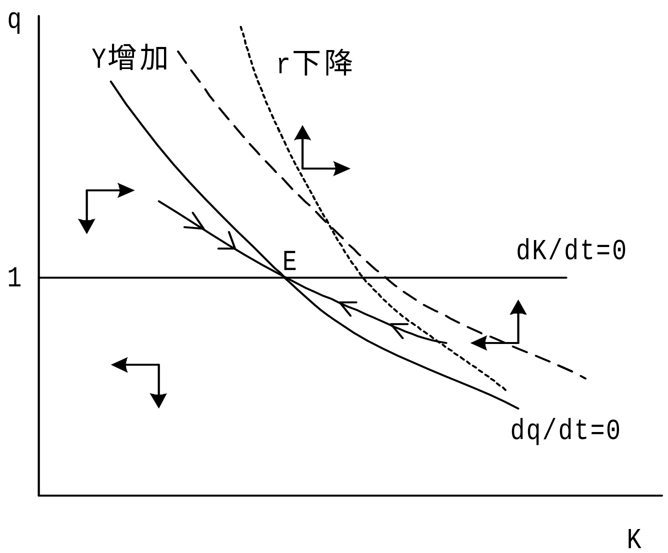

图 10.1　K、q 的动态相图及鞍点路径

给定 K 的初始值，唯一的均衡是 q 的值使该行业处于鞍点路径上，K 和 q 然后沿

它移向 E 点。

长期均衡点 E 由 $q=1$（意味着 $\dot{K}=0$）和 $\dot{q}=0$ 刻画出。此时，资本的市场价值和重置成本相等。厂商没有激励去改变资本存量。

10.5 模型的含义

产量变动的效应

总产量的增加会提高对该行业产品的需求，并因此提高既定资本存量下的利润。故，总产量的增加使图 10.1 中的 $\dot{q}=0$ 线向上平移（图 10.1 中的虚线）。形成新的平衡点 E' 与新的鞍点路径。则在变化发生时，q 立即跳跃到新鞍点路径上与既定资本存量对应的点，并沿路径移动到新的平衡点。

如果产量是暂时性的增加，具体而言，人们知道在以后某个时刻 T 产量将回到初始位置。则在变化发生时，q 跳跃到某个值，在以后一直至 T 时刻，q 与 K 将逐渐移动向旧鞍点路径，并在 T 时刻移回到旧鞍点路径。

利率变动的效应

利率的永久性下降使 $\dot{q}=0$ 向上移动，并且变得更陡峭（图 10.1 中的点线）。

税收的效应

为了简化，假设投资税收优惠采取的形式为向厂商退还占资本价格比例为 θ 的款项。则其效果是使 $\dot{K}=0$ 线向下平移。

B 部分　不确定情况下的投资理论

11．失业

11.1 介绍：失业的理论

有关失业有两个基本的问题：第一个是有关于在长期内平均失业率的决定因素；第二是关于劳动力市场上的周期行为。

失业理论的分类：

在 Walrasian 劳动力市场中，失业的存在会使工资水平下降，直到市场出清。通过对这一机制为什么不起作用的解释，可以将失业理论分为 4 大类。具体的，考虑一个失业的工人到某厂商找工作。他所要求的工资略微低于该厂商的工资水平，而他在其他方面与该企业的工人完全一样。面对这样的情况，企业有 4 种选择：

第一，厂商会说它并不愿意降低自己的工资水平。这种声称降低工资既有好处也有坏处的理论称为 " 效率工资理论 "（efficiency-wage theory）。

第二，厂商也许愿意降低工资水平，但是厂商和它的工人之间达成的明确的或隐含的协议阻止场上这么做。认为谈判和合同影响劳动力市场的理论被称为 " 合同模型 "（contracting model）。

第三，厂商说它不能够接受 " 失业工人和厂商现有的雇员在各个方面均相同 " 这一前提假定。即工人的异质性和工作的异质性可能是劳动力市场的基本特征。将工人和工作匹配起来的过程不是通过市场，而是通过一个复杂的搜索过程进行的。这类模型被称为 " 搜寻模型"(search models)，或 " 搜寻和匹配模型 "（search and matching models），或劳动力市场的 " 流量方法 "（flow approach）。

第四，厂商雇用这些失业工人。即劳动力市场大致是瓦尔拉斯市场。

11.2 效率工资模型

效率工资的潜在原因

第一，更高的工资能使工人的营养得到改善，劳动效率得到提高；

第二，在厂商不能完美监督工人努力程度的情况下，更高的工资能增加工人的努力程度；

第三，支付更高的工资可以提高工人其他方面的能力（这些方面的能力厂商观察不到）；

第四，高工资能培养工人对厂商的忠诚，使工人加倍努力。相反，低工资可能导致工人的偷懒或蓄意破坏。

一般的模型

代表性厂商最大化自己的利润

$$\pi = Y - wL \tag{11.1}$$

$$Y = F(eL)\,, \qquad F'(\bullet) > 0\,, \quad F''(\bullet) < 0 \tag{11.2}$$

$$e = e(w)\,, \qquad e'(\bullet) > 0 \tag{11.3}$$

其中，e 表示工人的努力程度。

则厂商的最优问题为

$$\max_{L,w} F(e(w)L) - wL \tag{11.4}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L}=F'(e(w)L)e(w)-w=0 \tag{11.5}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial w}=F'(e(w)L)Le'(w)-L=0 \tag{11.6}$$

得 $$\frac{we'(w)}{e(w)}=1 \tag{11.7}$$

满足式（11.7）的工资水平被称为"效率工资"（efficiency wage）。

更一般的效率工资模型

$$e=e(w,w_a,u) \qquad e_1(\bullet)>0, e_2(\bullet)<0, e_3(\bullet)>0 \tag{11.8}$$

其中，w_a 是其他厂商支付的工资，u 是失业率。

则 $$\frac{we_1(w,w_a,u)}{e(w,w_a,u)}=1 \tag{11.9}$$

效率工资对厂商（针对总厂量的波动）调整工资的激励可能有很大的影响。其结果是，效率工资可以解释为什么劳动力需求的变动在短期内主要影响就业。从直观上看，在竞争性市场中，厂商一开始就处于工资的内点解：厂商雇用工人时支付最低可能的工资。因此工资的削减（如果可能的话）无疑是有好处的。与此形成鲜明对照，在效率工资下，厂商一开始就处于内点最由，即削减工资带来的边际收益等于削减工资带来的边际成本。

11.3 夏皮罗—斯蒂格利茨（Shapiro-Stiglitz）模型

最引人注目的效率工资之源也许是：厂商的监督能力有限，从而被迫向工人提供一种激励，使其努力工作。以下提出一个正规的不完美监督模型。

假设

经济中有大量且数目为 $\bar{L}$ 的工人，还有数目为 N 的厂商。

$$U=\int_{t=0}^{\infty}e^{-\rho t}u(t)dt\,, \qquad \rho>0 \tag{11.10}$$

$$u(t)=\begin{cases} w(t)-e(t) & \text{if employed} \\ 0 & \text{if unemployed} \end{cases} \tag{11.11}$$

其中 w 为工资，e 为工作努力程度。e 只可能为两个水平：$e=0$ 和 $e=\bar{e}$。一个工人在任意时刻可能所处的状态为：就业且努力（E）；就业且不努力（S）；失业（U）。

模型的一个关键要素是有关工人在这三种状态之间转换的假设。

第一，工作以一个外生的速率终止。如果某工人在 t_0 开始努力从事一项工作，在在以后某时刻 t 他仍受雇于该工作的概率为[25]

$$P(t)=e^{-b(t-t_0)}\,, \qquad b>0 \tag{11.12}$$

[25] 这也可以等价地描述为：一个被雇用的工人在下一个 dt 内被解雇的概率，在当 dt 趋于 0 时趋于 bdt。

第二，厂商对工人的监督也为一个泊松过程。单位时间内检查的概率为 q。q 外生且独立于工作终止的概率。

第三，在单位时间内，失业工人以速率 a 找到工作。每个认视 a 为既定。但在整个经济中，a 是内生决定的。它由雇用工人时的速率和失业工人的数量决定。

厂商的利润

$$\pi(t) = F(\bar{e}L(t)) - w(t)[L(t)+S(t)], \quad F'(\bullet)>0, \quad F''(\bullet)<0 \tag{11.13}$$

其中，L 是努力工作的雇员数量，S 是偷懒的雇员数量。厂商的问题是：把 w 设定的足够高以使工人不偷懒，并选择 L。

最后，假定 $F'(\bar{e}\bar{L}/N)>1$。即如果没有不完美监督，经济处于充分就业状态。

E、U 和 S 的价值

用 V_i 表示处在状态 i（i=E、S 和 U）时的“价值”。即自当前时刻往后贴现一生效用的预期值。假定时间被分为长度为 Δt 的时间间隔。设在某时间间隔内失去工作的人只有在下一个时间间隔开始时才能找工作。运用动态规划，则

$$V_E(\Delta t) = \int_{t=0}^{\Delta t} e^{-bt}e^{-\rho t}(w-\bar{e})dt + e^{-\rho\Delta t}\left[e^{-b\Delta t}V_E(\Delta t) + \left(1-e^{-b\Delta t}\right)V_U(\Delta t)\right] \tag{11.14}$$

式（11.14）中的第一项为在时间间隔 $(0,\Delta t)$ 内的效用的贴现值，第二项为 Δt 以后的效用的贴现值。

计算出（11.14）中的积分得

$$V_E(\Delta t) = \frac{1}{\rho+b}\left[1-e^{-(\rho+b)\Delta t}\right](w-\bar{e}) + e^{-\rho\Delta t}\left[e^{-b\Delta t}V_E(\Delta t) + \left(1-e^{-b\Delta t}\right)V_U(\Delta t)\right] \tag{11.15}$$

解出

$$V_E(\Delta t) = \frac{1}{\rho+b}(w-\bar{e}) + \frac{1}{1-e^{-(\rho+b)\Delta t}}e^{-\rho\Delta t}\left(1-e^{-b\Delta t}\right)V_U(\Delta t) \tag{11.16}$$

由于 $V_E = \lim_{\Delta t\to 0} V_E(\Delta t)$，对（11.16）运用罗必塔法则可得

$$V_E = \frac{1}{\rho+b}\left[(w-\bar{e}) + bV_U\right] \tag{11.17}$$

以下直观的推倒式（11.17）。设想一种资产，当工人就业时，该资产在单位时间内支付的红利为 $w-\bar{e}$；当工人失业时，该资产不支付红利。假定该资产被风险中性的投资者定价，规定的收益率为 ρ。该资产的价格在该工人就业时一定为 V_E，在该工人失业时一定为 V_U。该资产要想被持有，其单位时间内的红利，加上单位时间内的预期的资本增殖或损失必须等于预期收益 ρV_E。当工人就业时，单位时间内的红利为 $w-\bar{e}$。且在单位时间内遭受资本损失 $V_E - V_U$ 的概率为 b。故

$$\rho V_E = (w-\bar{e}) - b(V_E - V_U) \tag{11.18}$$

整理式（11.18）即得式（11.17）。

如果该工人偷懒，则单位时间内的红利为 w，单位时间内的预期资本损失为 $(b+q)(V_S-V_U)$，则

$$\rho V_S = w-(b+q)(V_S-V_U) \quad \textbf{(11.19)}$$

如果该工人失业，则红利为零，预期资本增殖（假定厂商支付足够高的工资，以至受雇的工人都努力工作）为每单位时间 $a(V_E-V_U)$，则

$$\rho V_U = a(V_E-V_U) \quad \textbf{(11.20)}$$

不偷懒条件

为使工人努力工作，厂商选择 w 以使 $V_E=V_S$[26]。由（11.18）和（11.19）得

$$(w-\bar{e})-b(V_E-V_U)=w-(b+q)(V_S-V_U) \quad (11.21)$$

即 $$V_E-V_U=\frac{\bar{e}}{q} \quad \textbf{(11.22)}$$

重新整理式（11.18）得

$$\begin{aligned} w &= \bar{e}+\rho V_E+b(V_E-V_U) \\ &= \bar{e}+\rho V_U+(b+\rho)(V_E-V_U) \\ &= \bar{e}+(a+b+\rho)(V_E-V_U) \end{aligned} \quad (11.23)$$

将（11.22）代入（11.23）得

$$w=\bar{e}+(a+b+\rho)\frac{\bar{e}}{q} \quad \textbf{(11.24)}$$

即诱使工人努力工作的所需工资为工作的成本 $\bar{e}$、找到工作的容易程度 a、工作终止的速率 b 和贴现率 ρ 的增函数，是偷懒者被发现的概率 q 的减函数。

单位时间内，进入失业状态的工人人数为 N（厂商的数量）乘以 L（每家厂商的工人人数）乘以 b（工作终止的速率）。失业工人中找到工作的人数为 $\bar{L}-NL$（失业的工人人数）乘以 a（找到工作的速率）。经济在稳态时，失业工人的人数是恒定的。故

$$a=\frac{NLb}{\bar{L}-NL} \quad (11.25)$$

将（11.25）代入（11.24）得

26 由于工人的努力程度不可能大于 $\bar{e}$，厂商支付的工资不需要使 $V_E>V_S$。

$$w=\bar{e}+\left(\rho+\frac{\bar{L}}{\bar{L}-NL}b\right)\frac{\bar{e}}{q} \tag{11.26}$$

方程（11.26）就是不偷懒条件（no-shirking condition）。

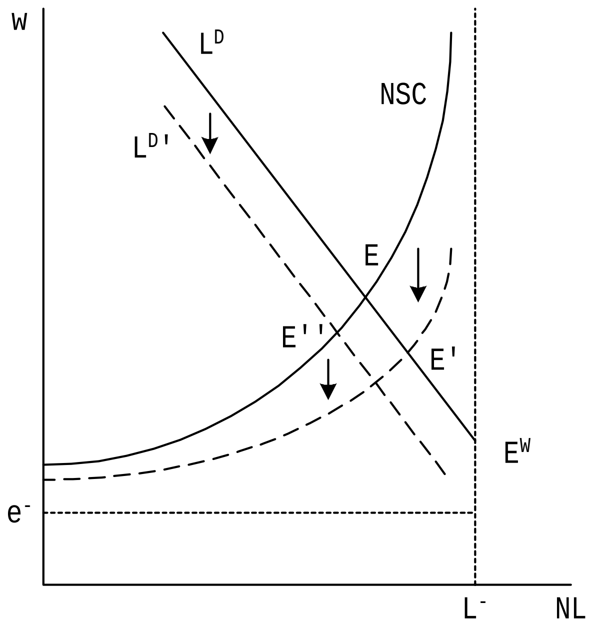

图 11.1　夏皮罗—斯蒂格利茨模型

在(NL,w)空间中满足不偷懒条件（NSC）的点集显示在图 11.1 中。

结束该模型

由利润函数（11.13）知

$$\bar{e}F'(\bar{e}L)=w \tag{11.27}$$

方程（11.27）即为传统的劳动力需求曲线（图 11.1 中的 L^D 线）。当就业人数小于 $\bar{L}$ 时，劳动力供给是水平的，高度为 $\bar{e}$ ；当就业人数为 $\bar{L}$ 时劳动力供给是垂直的。当不存在不完美监督时，均衡出现在劳动力供给和需求的相交点处（图 11.1 中的 E^W 点）[27]，它也就是瓦尔拉斯均衡点。

当存在不完美监督时，均衡出现在劳动力需求曲线（方程 11.27）和不偷懒条件（方程 11.26）的交点处（E）。在该均衡处有失业存在。厂商知道如果以稍低于现行工资水平的工资雇用更多的工人，则工人在偷懒和努力工作之间会偏好前者。因此工资不会下降，失业仍然存在。

当 q 上升时，NSC 线下移，工资下降，就业上升（图 11.1）。当 q 趋向无穷时，在任何有限的时间长度内，偷懒者被发现的概率为 1。此时，经济趋向于瓦尔拉斯均衡。

如果没有人员更替（$b=0$），失业人员不会得到雇用。则不偷懒工资独立于就业水平。由（11.26）知，此时 $w=\bar{e}+\rho\bar{e}/q$ 。此时的情况见图 11.2。

[27] 在前面我们已经假定了 $F'(\bar{e}\bar{L}/N)>1$。

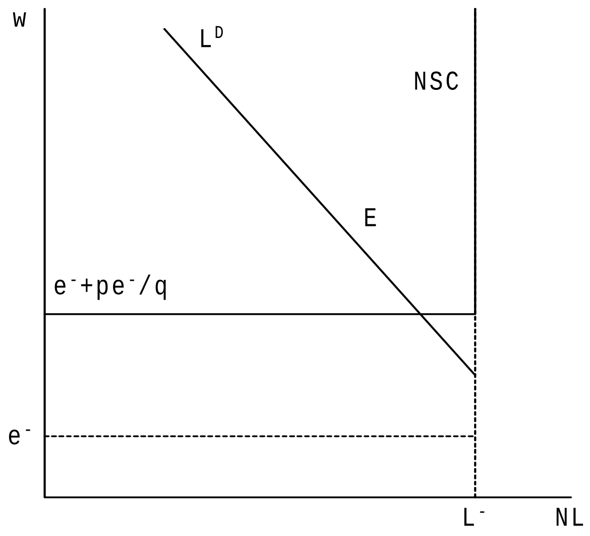

图 11.2　没有人员更替时的夏皮罗—斯蒂格利茨模型

含义

夏皮罗—斯蒂格利茨模型意味着均衡失业的存在，并指出了有可能影响均衡失业的各种因素。但由于该模型非常程式化，难以用这个模型去预测失业随时间的变动。

对于短期波动，考虑劳动力需求下降的影响。这显示在图 11.1 中 L^D 线的下移

11.4 隐性合同（implicit contracts）

模型

$$\pi = AF(L) - wL\text{，}\qquad F'(\bullet) > 0, F''(\bullet) < 0 \tag{11.28}$$

A 的取值有 K 种可能。p_i 为 $A = A_i$ 的概率。对应不同的 A，厂商会选择不同的劳动力需求 L 和真实工资 w。

$$E[\pi] = \sum_{i=1}^{K} p_i\left[A_i F(L_i) - w_i L_i\right] \tag{11.29}$$

代表性工人

$$u = U(C) - V(L)\text{，}\qquad U'(\bullet) > 0, U''(\bullet) < 0, V'(\bullet) > 0, V''(\bullet) > 0 \tag{11.30}$$

$$E[u] = \sum_{i=1}^{K} p_i\left[U(C_i) - V(L_i)\right] \tag{11.31}$$

当工人的预期效用达到一个保留水平（reservation level）u_0，工人愿意为厂商工作。一旦工人同意合同，劳动力的流动性就不复存在。

由（11.29）知厂商时风险中性的；由（11.30）中 $U''(\bullet) < 0$ 知，工人是风险回避者。

有效率的合同

可视厂商的选择变量为每个状态（不同的 A_i ）下的 L 和 C 。则

$$\mathsf{L}=\sum_{i=1}^{K}p_i\left[A_iF(L_i)-C_i\right]+\lambda\left(\left\{\sum_{i=1}^{K}p_i\left[U(C_i)-V(L_i)\right]\right\}-u_0\right) \tag{11.32}$$

C_i 的一阶条件为

$$-p_i+\lambda p_iU'(C_i)=0 \quad \Rightarrow U'(C_i)=\frac{1}{\lambda} \tag{11.33}$$

式（11.33）显示工人的边际效用相等。这说明风险中性的厂商为风险厌恶的工人提供了完全地保险。

L_i 的一阶条件为

$$p_iA_iF'(L_i)=\lambda p_iV'(L_i) \quad\quad \Rightarrow \quad A_iF'(L_i)=\frac{V'(L_i)}{U'(C)} \tag{11.34}$$

含义

由于当 A 更高时 L 也越高，该模型意味着每小时平均工资是反周期的。

该模型对明显失业提出了一种可能的解释。在有效率的合同中，给定工资，工人不能自由选择自己的劳动力供给 相反，工资和就业被同时规定以产生最优的风险分担和配置效率。

11.5 局内人—局外人（insider-outsider）模型

在实际中，一般有两组工人。第 1 组是局内人（Insiders），他们在谈判时与厂商由某种联系，因此他们的利益在合同中体现出来。第 2 组时局外人（Outsiders），他们以开始与厂商没有任何联系，但在合同签字后可被雇用。

局内人—局外人和劳动力成本的周期性行为

$$\pi=AF(L_I+L_O)-w_IL_I-w_OL_O \tag{11.35}$$

局内人在雇用时有优先：只有当 L_I 等于局内人数量 $\overline{L}_I$ 时， L_O 才能为正。

假定：

局内人总是被全部雇用 $L_I=\overline{L}_I$ ，则局内人的效用仅取决于自己的工资

$$u_I=U(w_I)\,,\qquad U'(\bullet)>0,U''(\bullet)<0 \tag{11.36}$$

又 $\quad w_O=w_I-c\,,\qquad c\geq 0 \qquad (11.37)$

其中， c 足够小，以至厂商总能够以 w_I-c 雇用到足够的工人。

为了方便，认为厂商在每种状态下的选择变量均为 w_I 和 L_O ，则对厂商

$$L = \sum_{i=1}^{K} p_i \left[A_i F(\bar{L}_I + L_{Oi}) - w_{Ii}\bar{L}_I - (w_{Ii} - c)L_{Oi} \right] + \lambda \left\{ \left[\sum_{i=1}^{K} p_i U(w_{Ii}) \right] - u_0 \right\} \qquad (11.38)$$

由 L_{Oi} 的一阶条件得

$$A_i F'(\bar{L}_I + L_{Oi}) = w_{Ii} - c \qquad (11.39)$$

由 w_{Ii} 的一阶条件得

$$U'(w_{Ii}) = \frac{\bar{L}_I + L_{Oi}}{\lambda} \qquad (11.40)$$

含义

由于 L_{Oi} 在好的状态中更高，故（11.40）意味着 $U'(w_{Ii})$ 更高。这要求 w_{Ii} 更低，即工资是反周期的。

11.6 滞后（Hysteresis）

滞后最初是一个物理学概念，是 Phelps 和 Hargreaves Heap 把这个概念正式引入了经济学。与自然失业率假说不同，失业滞后理论认为失业不仅取决于当期因素，也取决于过去的失业状况。

假设

以下的模型为一个简化的 Blanchard 和 Summers 的模型。

工资由局内人单方面决定，厂商决定就业水平。某一期中的局内人数目由上期的就业人数决定。

$$N_{It} = L_{t-1} \qquad (11.41)$$

假定厂商和局内人都最大化自己的当期目标函数。

$$\pi_t = A_t L_t^{\alpha} - w_t L_t , \qquad 0 < \alpha < 1 \qquad (11.42)$$

假定所有的工人（包括局内人和局外人）都被支付相同的工资。则 L_t 的 FOC 为

$$\alpha A_t L_t^{\alpha - 1} = w_t \qquad (11.43)$$

则 $$L_t = \left(\frac{1}{\alpha A_t} \right)^{1/(\alpha-1)} w_t^{1/(\alpha-1)} \equiv C_t w_t^{-\beta} \qquad (11.44)$$

假定 A 是随机的，这意味着 C 也是随机的。假定

$$C_t = C_t^0 \varepsilon_t \qquad (11.45)$$

其中，C_t^0 是 C_t 的一个分量，当工人设定工资时，C_t^0 是已知的；ε_t 是一个 i.i.d.随机冲

击，它在 w_t 被设定后才被确定。

在设定工资时，局内人需要权衡局内人受雇的比例与工资的高低。假定受雇用的局内人的效用为 w_t^b（$0<b<1$）。又假定失业工人没有效用。由于厂商总是先雇用局内人，故设定工资时，局内人的 t 期目标函数为

$$u_t = E\left[\min\left\{\frac{L_t}{N_{It}},1\right\}\right]w_t^b \tag{11.46}$$

含义

将（11.44）和（11.45）代入（11.46）得

$$u_t = E\left[\min\left\{\frac{C_t^0\varepsilon_t w_t^{-\beta}}{N_{It}},1\right\}\right]w_t^b \tag{11.47}$$

定义 $x_t = \left(C_t^0/N_{It}\right)w_t^{-\beta}$，则 $w_t^b = x_t^{-b/\beta}\left(C_t^0/N_{It}\right)^{b/\beta}$。则（11.47）变为

$$u_t = E\left[\min\{\varepsilon_t x_t,1\}\right]x_t^{-b/\beta}\left(\frac{C_t^0}{N_{It}}\right)^{b/\beta} \tag{11.48}$$

在（11.48）中，局内人的数量 N_{It}，和预期的劳动力需求 C_t^0 均以乘积因子的形式出现在目标函数中。在对 x_t（也即 w_t）求最优取 FOC 条件时，它们都会被约掉。故它们不影响使目标函数最大化的 x_t 值。因此，局内人每期都选择相同的 x 值，记为 x^*。则

$$w_t = \left(\frac{N_{It}x^*}{C_t^0}\right)^{-1/\beta} \tag{11.49}$$

$$L_t = \varepsilon_t N_{It} x^* \tag{11.50}$$

方程（11.49）和（11.50）意味着，局内人不是通过改变就业的概率，而是通过调整工资来对劳动力需求和局内人数目的变化（即对 C^0 和 N_I）做出反应的。因此对劳动力需求的一次外来性冲击（ε 的变化），对就业有持久的影响。

该模型意味着就业时带漂移地随机游走（random walk with drift）。

扩展

一次性扰动永久性影响经济路径的情况被称为滞后（hysteresis）。在就业方面，还另有两个滞后之源受到极大的关注。一是技术的退化：失业工人的人力资本会消蚀或过时；二是劳动者工作热情的下降。

11.7 搜寻和匹配（Search and Matching）模型

模型

经济中包含工人和工作。就业工人和失业工人的人数分别为 E 和 U；有人从事的工作

数目和空缺的工作数目分别为 F 和 V。$F = E$，$E + U = \overline{L}$。只考虑稳态。

工作空缺可被无成本的创造或消除；保持一项工作的单位时间内的固定成本为 C。一个有人工作的岗位的利润为 $A - w - C$，空缺工作岗位的利润为 $-C$。

失业和工作空缺以某个速率产生新的工作，匹配函数（matching function）为

$$M = M(U,V) = KU^{\beta}V^{\gamma}, \qquad 0 \le \beta, \gamma \le 1 \tag{11.51}$$

当 $\beta + \gamma > 1$ 时，存在密集市场效应（thick-market effects）；当 $\beta + \gamma < 1$ 时，存在拥挤效应（crowding effects）。

工作在单位时间内以速率 b 终止，故

$$\dot{E} = M(U,V) - bE \tag{11.52}$$

在稳态时 $$M(U,V) = bE \tag{11.53}$$

令 a 表示单位时间内失业工人找到工作的速率 $$a = \frac{M(U,V)}{U} \tag{11.54}$$

令 α 表示单位时间内空缺职位被人填补的速率 $$\alpha = \frac{M(U,V)}{V} \tag{11.55}$$

使用动态规划，用推导（11.18）（11.19）和（11.20）三式的类似方法可得

$$rV_E = w - b(V_E - V_U) \tag{11.56}$$

$$rV_F = (A - w - C) - b(V_F - V_V) \tag{11.57}$$

$$rV_U = a(V_E - V_U) \tag{11.58}$$

$$rV_V = -C + \alpha(V_F - V_V) \tag{11.59}$$

假定，当一个失业工人和一个空缺的职位配对时，工资被设定得使工人和雇主收益相等

$$V_E - V_U = V_F - V_V \tag{11.60}$$

由于前面已经假定了工作空缺的创造和消除都是无成本的，所以工作空缺的价值一定为零，即

$$V_V = 0 \tag{11.61}$$

方程（11.56）至（11.61）共 6 个方程就组成了模型。

当没有摩擦时，劳动力供给在 $\overline{L}$ 处完全无弹性，劳动力需求在 $A - C$ 处完全有弹性。因此，在 $A - C > 0$ 的假定下，经济处于充分就业状态。劳动力需求的变动（A 的变化），导致工资立即发生变化而就业不变。

模型的求解

方程（10.56）减去（10.58）整理得

$$V_E - V_U = \frac{w}{a + b + r} \tag{11.62}$$

方程（10.57）减去（10.59）整理得

$$V_F - V_V = \frac{A-w}{\alpha+b+r} \tag{11.63}$$

将（11.62）和（11.63）代入（11.60）得

$$\frac{w}{a+b+r} = \frac{A-w}{\alpha+b+r} \tag{11.64}$$

解出 $$w = \frac{(a+b+r)A}{a+\alpha+2b+2r} \tag{11.65}$$

将（11.65）代入（11.62）得

$$V_E - V_U = \frac{A}{a+\alpha+2b+2r} \tag{11.66}$$

因此 $$rV_V = -C + \frac{\alpha}{a+\alpha+2b+2r}A \tag{11.67}$$

又用 E 表示 a 和 α 得

$$a = \frac{M}{U} = \frac{bE}{\overline{L}-E} \tag{11.68}$$

$$V = \left(\frac{bE}{KU^{\beta}}\right)^{1/\gamma} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{bE}{V} = K^{1/\gamma}(bE)^{(\gamma-1)/\gamma}\left(\overline{L}-E\right)^{\beta/\gamma} \tag{11.69}$$

方程（11.68）和（11.69）说明 a 是 E 的增函数，α 是 E 的减函数。由方程（11.67）可知，rV_V 是 E 的减函数。当 E 趋向 $\overline{L}$ 时，a 趋向无穷大，α 趋向 0，则 rV_V 趋向 $-C$。同样的，当 E 趋向 0 时，a 趋向 0，α 趋向无穷大，则 rV_V 趋向 $A-C$。见图 11.3。

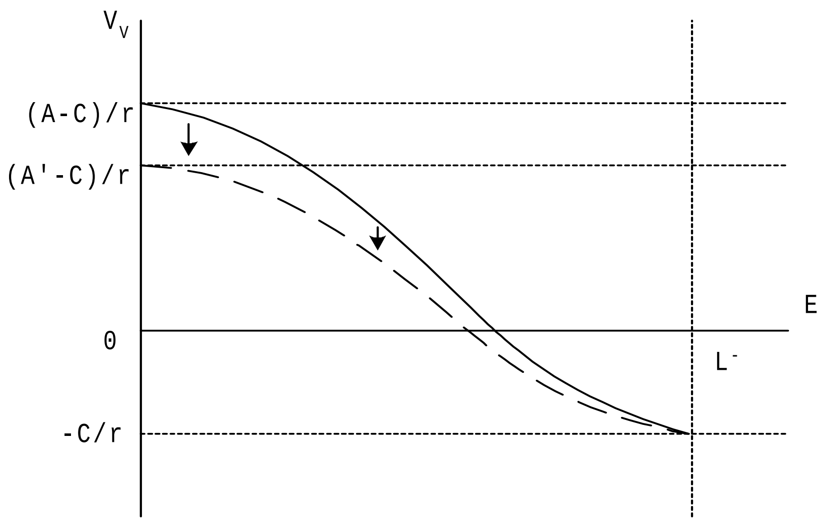

图 11.3　搜寻和匹配模型中均衡就业的决定

将自由进入条件（11.61）带入（11.67）可得

$$-C + \frac{\alpha(E)}{a(E)+\alpha(E)+2b+2r}A = 0 \tag{11.70}$$

方程（11.70）隐含地定义了 E，即模型的解。

劳动力需求变动的影响

由匹配函数$M = KU^{\beta}V^{\gamma}$和稳态条件$M = bE$，得

$$V = \left[\frac{bE}{K\left(\overline{L} - E\right)^{\beta}}\right]^{1/\gamma} \tag{11.71}$$

方程（11.71）意味着失业和工作空缺之间存在负相关——即贝弗里奇曲线（Beveridge curve）。

考虑A下降的稳态效应。从方程（11.67）可知，这一变动使V_V曲线下降。如图 11.3 所示，就业下降。

由方程（11.68）和（11.69）知，E 的下降使a下降，α上升。由（11.65）可以知道，工资下降的幅度大于A下降的幅度。即该模型并不意味着很强的工资刚性。

两稳态之间的转移动态：由于厂商没有理由解雇工人，故就业在外来冲击发生时不会不连续的变化。在实际中，A的下降使有工作空缺的厂商不再填补空缺。因此进入失业的人数大于退出失业的人数，失业上升。所以A的下降仅导致失业逐渐上升。最后，随着失业的上升，如果空缺的数目没有改变，则工作空缺的价值回上升。因此，当失业上升时，工作空缺必须增加。这意味着 V 的初始下降大于其稳态反应——即调整过度。

A的暂时性变化导致就业的反应较小。

福利

在模型中，均衡失业是无效率地高还是无效率地低，取决于匹配方程（11.5１）中工作空缺的指数γ是大于还是小于$1/2$。

第四部分

12　通货膨胀和货币政策

12.1　引言

通货膨胀几乎总是货币供应快速增长的结果。这表明，在货币政策中存在某种通货膨胀偏倚（inflationary bias）。对这种偏倚的存在有两种主要的解释。

第一种解释强调产量—通货膨胀交替。其中包括强调低通货膨胀政策的动态不一致性理论。第二种解释侧重铸币税（seignorage）——政府从印刷货币中得到的收益。

通货膨胀率、货币增长率和利率

$$\frac{M}{P}=L(i,Y)\ \Rightarrow\ \ P=\frac{M}{L(i,Y)} \tag{12.1}$$

费雪恒等式（Fisher identity）　　$i\equiv r+\pi^{e}$　　(12.2)

假定真实产量和真实利率是不变且分别为 $\overline{Y}$ 和 $\bar{r}$ ，则

$$P=\frac{M}{L(\bar{r}+\pi^{e},\overline{Y})} \tag{12.3}$$

含义：第一，由货币增长率的变化导致的通货膨胀率的变化被一对一地反映在名义利率上。这一假说被称为费雪效应。第二，更高的名义货币存量增长率减少了真实货币存量。

在实际中，货币扩张的即刻效应是降低了短期名义利率。这种货币扩张对名义利率的负效应被称为流动性效应（liquidity effect）。

12.2　低通胀货币政策的动态不一致性

假设

总供给曲线为 Lucas 供给曲线

$$y=\bar{y}+b\left(\pi-\pi^{e}\right),\qquad b>0 \tag{12.4}$$

福利方面，政策制定者最小化

$$L=\tfrac{1}{2}\left(y-y^{*}\right)^{2}+\tfrac{1}{2}a\left(\pi-\pi^{*}\right)^{2},\qquad y^{*}>\bar{y}\ ,\ \ a>0 \tag{12.5}$$

模型的求解

$$\min_{\pi}\tfrac{1}{2}\left[\bar{y}+b\left(\pi-\pi^{e}\right)-y^{*}\right]^{2}+\tfrac{1}{2}a\left(\pi-\pi^{*}\right)^{2} \tag{12.6}$$

由一阶条件解出

$$\pi = \pi^* + \frac{b}{a+b^2}\left(y^* - \bar{y}\right) + \frac{b^2}{a+b^2}\left(\pi^e - \pi^*\right) \tag{12.7}$$

均衡的时候 $\pi^e = \pi$，则由上式可以解出

$$\pi^e = \pi^* + \frac{b}{a}\left(y^* - \bar{y}\right) \equiv \pi^{EQ} \tag{12.8}$$

13　预算赤字与财政政策

13.1　政府的预算约束

基本的预算约束

$D(t)$ 为政府的真实债务，定义 $R(t)=\int_{\tau=0}^{t} r(\tau)d\tau$，则

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}G(t)dt \le -D(0)+\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}T(t)dt \tag{13.1}$$

可以推导出 $$\lim_{s\to\infty} e^{-R(s)}D(s)\le 0 \tag{13.2}$$

$$\dot{D}(t)=\left[G(t)-T(t)\right]+r(t)D(t) \tag{13.3}$$

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}\left[T(t)-G(t)\right]dt \ge D(0) \tag{13.4}$$

名义债务

设政府的名义债务为 B

$$\begin{aligned}\dot{B}(t)&=P(t)\left[G(t)-T(t)\right]+i(t)P(t)D(t)\\&=P(t)\left[G(t)-T(t)\right]+\left[r(t)+\pi(t)\right]P(t)D(t)\\&=P(t)\left[\dot{D}(t)+\pi(t)D(t)\right]\end{aligned} \tag{13.5}$$

$$\frac{\dot{B}(t)}{P(t)}=\dot{D}(t)+\pi(t)D(t) \tag{13.6}$$

13.2　李嘉图等价（the Ricardian Equivalence）

李嘉图等价

家庭的预算约束

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}C(t)dt \le K(0)+D(0)+\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}\left[W(t)-T(t)\right]dt \tag{13.7}$$

显然，假设政府的预算约束（13.1）取等号是合理的。否则，政府的财富会趋于永远增长，不符合实际。将取等号的（13.1）代入上式得

$$\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}C(t)dt \le K(0)+\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}W(t)dt-\int_{t=0}^{\infty} e^{-R(t)}G(t)dt \tag{13.8}$$

由上式可以得出结论：只有政府购买路径影响经济，对这些购买融资的税收路径对经济没有影响。政府融资决策的无效性，就是著名的债务和税收之间的李嘉图等价。

有关李嘉图等价的争论

新家庭进入经济，流动性约束，非一次性税收和拇指规则消费行为（即选择消费时，个人不是最优化的，而是遵循 " 拇指规则 "）都有可能造成李嘉图等价的失效。

李嘉图等价是否成立，与永久收入假说是否能很好解释消费行为密切相关。但永久收入假说在数量上有较大的偏差，因此，不能期望李嘉图等价能很好的接近现实。

13.3 税收平滑

如果税收造成的扭曲随税收的上升而上升得更快，那么在平均税收相等的情况下，变化更大的税收造成的扭曲大于变化幅度较小的税收方案。

确定性条件下的税收平滑

设税收造成的扭曲为

$$C_t = Y_t f\left(\frac{T_t}{Y_t}\right), \quad f(0)=0, \; f'(\bullet)>0, \; f''(\bullet)>0 \tag{13.9}$$

则最优化问题为

$$\min_{T_0,T_1,\cdots} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} Y_t f\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) \tag{13.10}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} T_t = D_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} G_t \tag{13.11}$$

在最优的时候，如果在某期减少税收 ΔT，并在下一期增加税收 $(1+r)\Delta T$，应对总的扭曲无影响。即

$$\frac{\partial C_t}{\partial T_t}\Delta T = \frac{\partial C_{t+1}}{\partial T_{t+1}}(1+r)\Delta T \quad \Rightarrow \quad f'\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) = f'\left(\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}\right) \tag{13.12}$$

得 $$\frac{T_t}{Y_t} = \frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}} \tag{13.13}$$

在不确定性条件下的税收平滑

$$f'\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) = E_t\left[f'\left(\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}\right)\right] \tag{13.14}$$

当 $f(\bullet)$ 是二次函数时，$f'(\bullet)$ 是线性函数，则

$$f'\left(\frac{T_t}{Y_t}\right) = f'\left(E_t\left[\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}\right]\right) \tag{13.15}$$

得 $$\frac{T_t}{Y_t} = E_t\left[\frac{T_{t+1}}{Y_{t+1}}\right] \tag{13.16}$$

这说明税率为一个随机行走过程。

后记

这是一份还未完成的笔记，是我 2002 年自学高级宏观经济学时留下的。

我用的教材是 David.Romer 的“Advanced Macroeconomics”。在网上有网友称这本书为宏观经济学的超级大综述，真是一语中的。就我看来，这一点正是这本书最大的优点。一般的教科书由一人或数人撰写，往往难以跳出作者的思路和流派。而这一点对高级经济学的初学者极为不利。但是，看罗默的这本书就不用担心会碰到这种问题。可以说，看完了这本书就可以对现代高级宏观经济学有一个大概的认识。但是，这一优点却是自学的极大的障碍。书中内容千头万绪，总是看了后面忘了前面。为此，我决定写一份自学笔记，将 Romer 那本书的内容缕一缕，作出一个概念和式子的精简版。随着写作进行，我又参考别的书籍加进去了一些内容，以作补充。因此，整个笔记总的框架是按照书中的结构来组织的，但是有些地方略有改动。

随着博士考试的结束，整个工作就停了下来，留下了这个半截子工程。眼看新一年博士生考试报名又开始了，想起去年那时的我，想起去年所得到的无私的帮助，总觉得需要做点什么。一位好友建议我不如把去年备考时作的几份笔记发到网上，对后来人可能有用。我想想也有道理，这即算对去年所得到恩惠的小小回报吧。这份笔记虽然不完整，但是已经包括了高宏大部分的内容，如果对于正在准备考试的同学能有点帮助，也就不枉我厚着脸皮，将这本见不得人的东西拿出来献丑了☺。

虽然我已尽力校对，但是却万万不敢保证消灭了每一个错误。还请读者（如果有的话）阅读时注意。如果有任何的意见或建议，请发邮件至 Xu_gao2000@yahoo.com.cn。